

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Уфимский государственный авиационный технический университет

## **ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ**

**Практикум**  
**по дисциплине «Электротехника и электроника»**

**УФА 2007**

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра теоретических основ электротехники

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Практикум  
по дисциплине «Электротехника и электроника»

Уфа 2007

Авторы: Р.В. Ахмадеев, И.В. Вавилова, П.А. Грахов,  
Т.М. Крымская

УДК 621.3.(07)  
ББК 31.2 (я7)

Электрические и магнитные цепи: Практикум по дисциплине  
«Электротехника и электроника» / Р.В. Ахмадеев, И.В. Вавилова,  
П.А. Грахов, Т.М. Крымская. – Уфа: УГАТУ, 2007. – 78 с.

ISBN

Практикум соответствует государственным образовательным стандартам дисциплины «Электротехника и электроника» для направлений подготовки бакалавров и дипломированных специалистов 090100, 140100, 140500, 150200, 150400, 150500, 150600, 150700, 150800, 160100, 160300, 220100, 220200, 220300, 220400, 230100, 230200, 230400, 280100, 280200.

Представлен материал по решению типовых задач к лабораторно-практическим занятиям, который охватывает следующие темы: методы расчета линейных электрических цепей, расчет однофазных и трехфазных цепей переменного тока, расчет магнитных цепей с переменной магнитодвижущей силой.

Предназначено для студентов вузов неэлектротехнических специальностей, изучающих дисциплину «Электротехника и электроника» по дневной, вечерней, а также по заочной форме обучения.

Табл. 31. Ил. 68. Библиогр.: 9 назв.

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. Фаттахов Р.К.,  
канд. техн. наук, доц. Чечулина И.Е.

ББК 31.2 (Я7)

ISBN 5-86911-543-4

© Р.В. Ахмадеев, 2007  
© И.В. Вавилова, 2007  
© П.А. Грахов, 2007  
© Т.М. Крымская, 2007  
© Уфимский государственный  
авиационный технический университет, 2007

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
<b>Лабораторно-практическое занятие № 1.</b>	
Исследование электрической цепи постоянного тока с одним источником энергии	7
Типовые задачи	7
Варианты заданий к самостоятельной работе	14
<b>Лабораторно-практическое занятие № 2.</b>	
Изучение аналитических методов расчета цепей и их экспериментальная проверка	16
Типовые задачи	16
Варианты заданий к самостоятельной работе	25
<b>Лабораторно-практическое занятие № 3.</b>	
Анализ однофазных неразветвленных цепей переменного тока с RL и RC приемниками	27
Типовые задачи	27
Варианты заданий к самостоятельной работе	32
<b>Лабораторно-практическое занятие № 4.</b>	
Исследование неразветвленной электрической цепи переменного тока	34
Типовые задачи	34
Варианты заданий к самостоятельной работе	44
<b>Лабораторно-практическое занятие № 5.</b>	
Исследование разветвленной электрической цепи синусоидального тока	46
Типовые задачи	46
Варианты заданий к самостоятельной работе	54

<b>Лабораторно-практическое занятие № 6.</b>	
Трехфазные цепи. Схема соединения «звезда»	56
Типовые задачи	56
Варианты заданий к самостоятельной работе	61
<b>Лабораторно-практическое занятие № 7.</b>	
Трехфазные цепи. Схема соединения «треугольник»	62
Типовые задачи	62
Варианты заданий к самостоятельной работе	69
<b>Лабораторно-практическое занятие № 8.</b>	
Магнитные цепи с переменной магнитодвижущей силой (МДС)	71
Типовые задачи	71
Варианты заданий к самостоятельной работе	76
<b>Список литературы</b>	78

## ВВЕДЕНИЕ

Практикум предназначен для организации самостоятельной работы студентов неэлектротехнических специальностей и направлений, изучающих дисциплину «Электротехника и электроника» и составлены в соответствии с требованиями Государственных образовательных стандартов.

Настоящий практикум является составной частью комплекса учебно-методических материалов, обеспечивающих организацию и проведение лабораторно-практических занятий, предусмотренных рабочими программами данной дисциплины. В соответствии с рекомендациями типовой программы дисциплины «Электротехника и электроника» лабораторно-практическое занятие по определенной теме состоит из двух основных частей – расчетной и экспериментальной. В расчетной части предполагается решение типовых задач как совместно с преподавателем, так и самостоятельно. В экспериментальной части проводится эксперимент с последующей обработкой результатов, в некоторых случаях с применением ЭВМ. Для повышения эффективности проведения лабораторно-практического занятия в условиях дефицита аудиторного времени, решение основных типовых задач осуществляется студентами самостоятельно в виде активной самоподготовки к предстоящему занятию. Непосредственно на занятии вместе с преподавателем разбираются только те задачи, которые вызвали затруднения.

В практикуме приведены задачи по основным темам раздела «Электрические и магнитные цепи»: методы расчета электрических цепей с линейными и нелинейными элементами, расчет цепей синусоидального однофазного и трехфазного тока, расчет магнитных цепей переменного тока.

При подготовке к лабораторно-практическому занятию студенты решают одинаковые типовые задачи, но с различными числовыми значениями; варианты этих числовых значений приведены к каждому занятию и могут выдаваться как индивидуально, так и на 2-3 человек, выполняющих работу на одном стенде.

Практикум составлен для восьми лабораторно-практических занятий и охватывают весь объем материала, предусмотренный

типовой программой по дисциплине. В зависимости от целей обучения, сформулированных в Государственных образовательных стандартах, студенты выполняют лабораторно-практические занятия по всем темам или по каким-либо отдельным.

# Лабораторно-практическое занятие № 1

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

### Типовые задачи

**Задача 1.1.** Генератор постоянного тока бортовой сети самолета при токе 20 А имеет на зажимах напряжение 200 В, а при токе 60 А – 196 В. Определить внутреннее сопротивление и ЭДС источника электрической энергии. Построить внешнюю характеристику, используя данные табл. 1.1.

### Решение

Генератор является реальным источником ЭДС и имеет схему замещения (рис.1.1, а). Основной характеристикой, связывающей напряжение на генераторе и ток нагрузки, является вольтамперная характеристика, называемая *внешней характеристикой*. Она описывается уравнением

$$U = E - R_0 I \quad (1.1)$$

и представляет собой прямую линию (рис. 1.1 ,б).

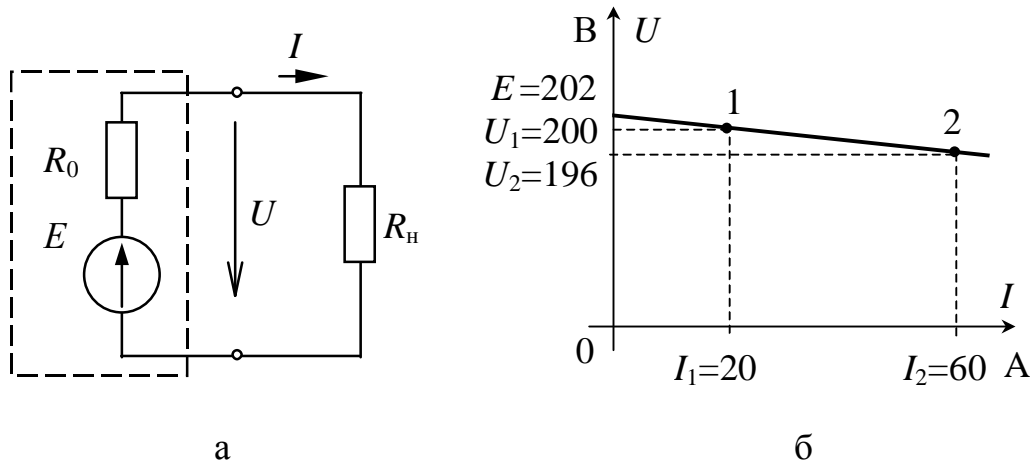


Рис. 1.1

Заданы два рабочих режима (точки 1 и 2), описываемых этим уравнением (1.1), следовательно, можно составить систему из этих двух уравнений, путем решения которой определить  $E$  и  $R_0$ :

$$\begin{cases} U_1 = E - R_0 \cdot I_1, \\ U_2 = E - R_0 \cdot I_2, \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 200 = E - R_0 \cdot 20, \\ 196 = E - R_0 \cdot 60. \end{cases}$$



Откуда  $E = 202 \text{ В}$ ,  $R_0 = 0,1 \text{ Ом}$ .

Решить задачу 1.1 самостоятельно, используя данные табл. 1.1. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 1.2.** Заданы параметры элементов электрической цепи  $E$ , В,  $R_1$ , Ом.

- 1) определить токи в ветвях;
- 2) определить показание вольтметра  $PV$ .

*Решение*

Цепь имеет один источник ЭДС, поэтому для определения токов в ветвях необходимо воспользоваться методом эквивалентных преобразований, т.е. сложное смешанное соединение приемников (рис. 1.2,а) путем поэтапных преобразований привести к простейшему виду (рис. 1.3,б).

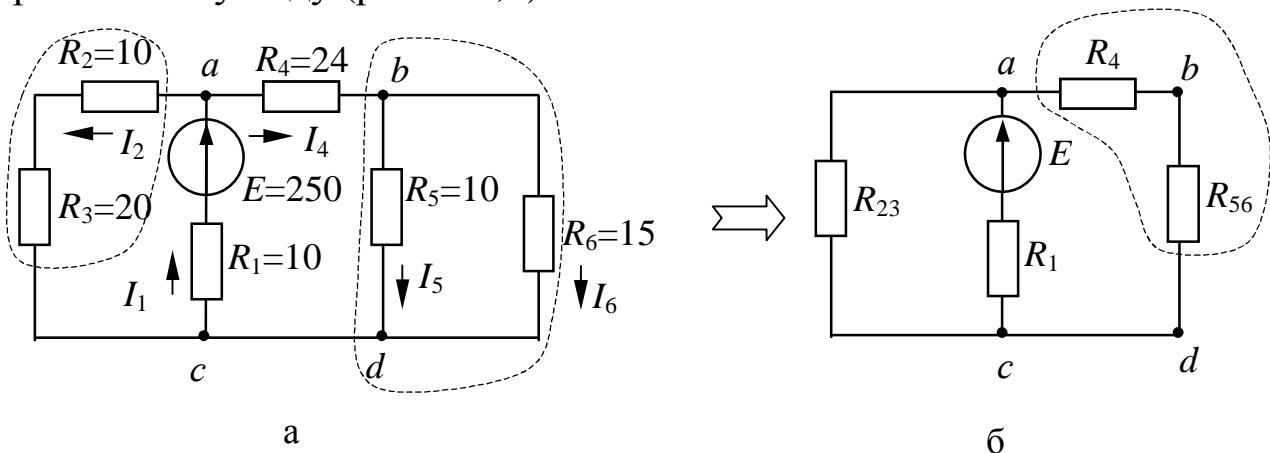


Рис. 1.2

Исходное направление токов в ветвях выбирают произвольно. Цепь имеет 5 ветвей и 3 узла. Вольтметр не создает пути для протекания тока, так как  $R_v \rightarrow \infty$ , поэтому в расчетную схему его не включают.

1. Определение эквивалентного сопротивления  $R_9$ .

Схема «сворачивается» к источнику ЭДС. Сопротивления  $R_5$  и  $R_6$  соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление определяется из условия:

$$\frac{1}{R_{56}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \quad \text{или} \quad R_{56} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6, \text{ Ом.}$$

Сопротивление  $R_4$  соединено последовательно с  $R_{56}$

$$R_{456} = R_4 + R_{56} = 24 + 6 = 30, \text{ Ом.}$$

Сопротивления  $R_2$  и  $R_3$  соединены последовательно (представляют собой одну ветвь)

$$R_{23} = R_2 + R_3 = 10 + 20 = 30, \text{ Ом.}$$

В результате проведенных преобразований схема имеет вид (рис. 1.3, а).

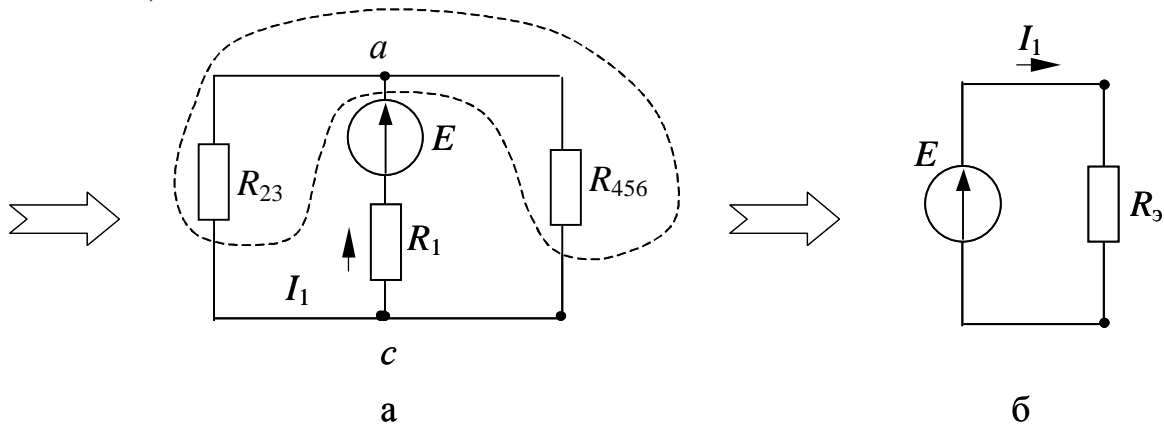


Рис. 1.3

Сопротивления  $R_{23}$  и  $R_{456}$  соединены параллельно, так как имеют общие узлы  $a$  и  $c$

$$R_{23456} = \frac{R_{23} \cdot R_{456}}{R_{23} + R_{456}} = \frac{30 \cdot 30}{30 + 30} = 15, \text{ Ом.}$$

Сопротивление  $R_1$  соединено с  $R_{23456}$  последовательно, это и будет эквивалентное сопротивление (рис. 1.3, б)

$$R_9 = R_1 + R_{23456} = 10 + 15 = 25, \text{ Ом.}$$

## 2. Определение токов в ветвях.

Ток, протекающий через источник,  $I_1 = \frac{E}{R_9} = \frac{250}{25} = 10, \text{ А.}$

Остальные токи определяются по I и II законам Кирхгофа.

Для контура, содержащего сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ , можно составить уравнение по II закону Кирхгофа. Направление обхода выбирают произвольно, например, против часовой стрелки

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_2 = E,$$

$$I_2 = \frac{E - R_1 I_1}{R_2 + R_3} = \frac{250 - 10 \cdot 10}{10 + 20} = 5, \text{ А.}$$

Ток  $I_4$  определяется по I закону Кирхгофа, уравнение для узла  $a$  имеет вид:  $I_1 - I_2 - I_4 = 0$ ;  $I_4 = I_1 - I_2 = 10 - 5 = 5$  А.

Токи  $I_5$  и  $I_6$  можно определить аналогично токам  $I_2$  и  $I_4$  по законам Кирхгофа, или с точки зрения удобства воспользоваться формулами разброса

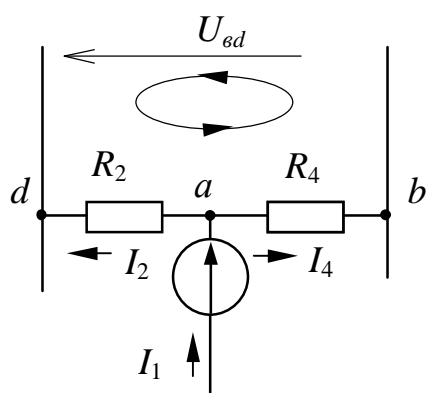
$$I_5 = \frac{R_6}{R_5 + R_6} I_4 = \frac{15}{10 + 15} \cdot 5 = 3, \text{ А},$$

$$I_6 = \frac{R_5}{R_5 + R_6} I_4 = \frac{10}{10 + 15} \cdot 5 = 2, \text{ А}.$$

Эти формулы получены из условия, что токи в ветвях обратно – пропорциональны сопротивлениям рассматриваемых ветвей.

### 3. Определение показаний вольтметра $pV$ .

Вольтметр можно заменить стрелкой напряжения  $U_{sd}$



произвольного направления (рис. 1.4). Для этого контура напряжений уравнение по II закону Кирхгофа имеет вид

$$U_{bd} - R_2 I_2 + R_4 I_4 = 0,$$

отсюда

$$U_{bd} = R_2 I_2 - R_4 I_4 = 10 \cdot 5 - 24 \cdot 5 = -70, \text{ В}.$$

Знак «минус» показывает, что выбранное направление напряжения ошибочно, истинное направление противоположно, а показание вольтметра

Рис. 1.4  
 $pV$  составит 70 В.

### 4. Анализ результатов – составление баланса мощностей.

Для проверки правильности выполненного решения необходимо составить баланс мощностей – мощность, производимая источником, равна сумме мощностей, производимых приемниками

$$P_{\text{ист}} = EI_1 = 250 \cdot 10 = 2500, \text{ Вт},$$

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{приемн}} &= R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_2^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2 = \\ &= 10 \cdot 10^2 + (10 + 20) \cdot 5^2 + 24 \cdot 5^2 + 10 \cdot 3^2 + 15 \cdot 2^2 = 2500, \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Баланс выполняется, значит, токи определены верно.

Решить задачу 1.2 самостоятельно, исходя из данных табл. 1.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 1.3.** Определить входное сопротивление цепи  $R_{ab}$ .

*Решение*

Исходную схему (рис. 1.5, а) необходимо преобразовать к удобному виду. Линии  $aa$  и  $bb$  не имеют собственного сопротивления. Они соединяют равнопотенциальные точки, поэтому цепь имеет вид (рис. 1.5, б).

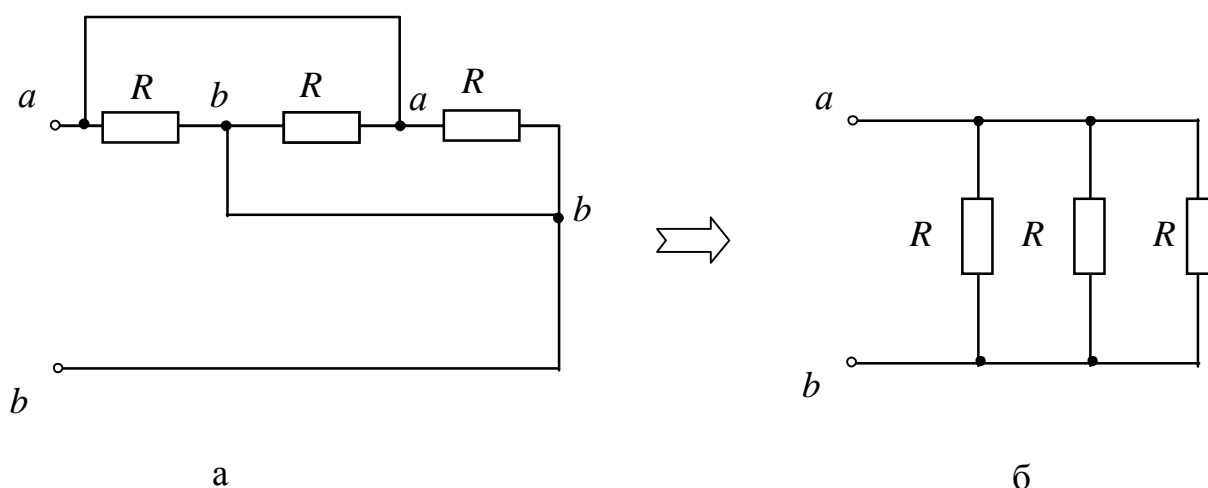


Рис. 1.5

Эквивалентное сопротивление относительно точек  $ab$  равно:

$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R}; \quad R_{ab} = \frac{R}{3} \text{ Ом.}$$

Решить задачу 1.3 самостоятельно, опираясь на данные табл. 1.3. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 1.4.** Определить входное сопротивление цепи  $R_{ab}$ , используя данные табл. 1.4.

*Решение*

Заземленные узлы в исходной схеме являются равнопотенциальными ( $\varphi=0$ ), поэтому их можно «стянуть» в одну точку  $c$ ; в результате образуется схема (рис. 1.6, б), в которой сопротивления  $R_5$  и  $R_6$  находятся между точками равного потенциала,

ток через них не пойдет, поэтому они не будут влиять на входное сопротивление цепи  $R_{ab}$ .

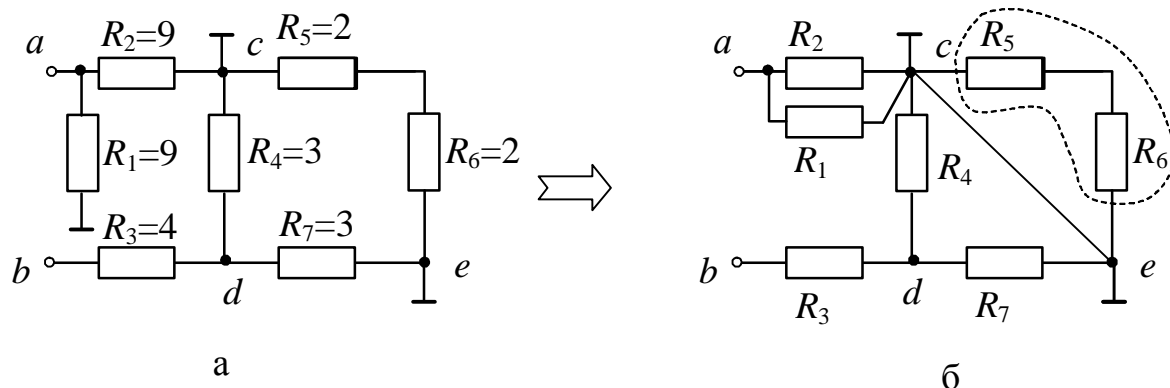


Рис. 1.6

Заземленные узлы в исходной схеме являются равнопотенциальными ( $\varphi=0$ ), поэтому их можно «стянуть» в одну точку  $c$ ; в результате образуется схема (рис. 1.6, б), в котором сопротивления  $R_5$  и  $R_6$  находятся между точками равного потенциала, ток через них не пойдет, поэтому они не будут влиять на входное сопротивление цепи  $R_{ab}$ .

Эквивалентное сопротивление

$$R_{ab} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_4 \cdot R_7}{R_4 + R_7} + R_3 = \frac{9 \cdot 9}{9 + 9} + \frac{3 \cdot 3}{3 + 3} + 4 = 10, \text{ Ом.}$$

Решить задачу 1.4 самостоятельно, используя данные табл. 1.4. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 1.5.** В схеме измерительного моста заданы параметры электрической цепи  $E$  [В],  $R_i$  [Ом]. Определить ток  $I$ , используя данные табл. 1.5.

*Решение*

В исходной схеме измерительного моста (рис. 1.7,а) сопротивления  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$  – соединены между собой либо «звездой», либо «треугольником». Для определения эквивалентного сопротивления цепи необходимо один из треугольников преобразовать в звезду (рис. 1.7,б) либо наоборот. Используем готовые формулы такого преобразования

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{1 \cdot 1,6}{1 + 1,6 + 2} = 0,348, \text{ Ом};$$

$$R_{51} = \frac{R_5 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 1,6 + 2} = 0,435, \text{ Ом};$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_1 + R_2 + R_5} = \frac{1,6 \cdot 2}{1 + 1,6 + 2} = 0,696, \text{ Ом}.$$

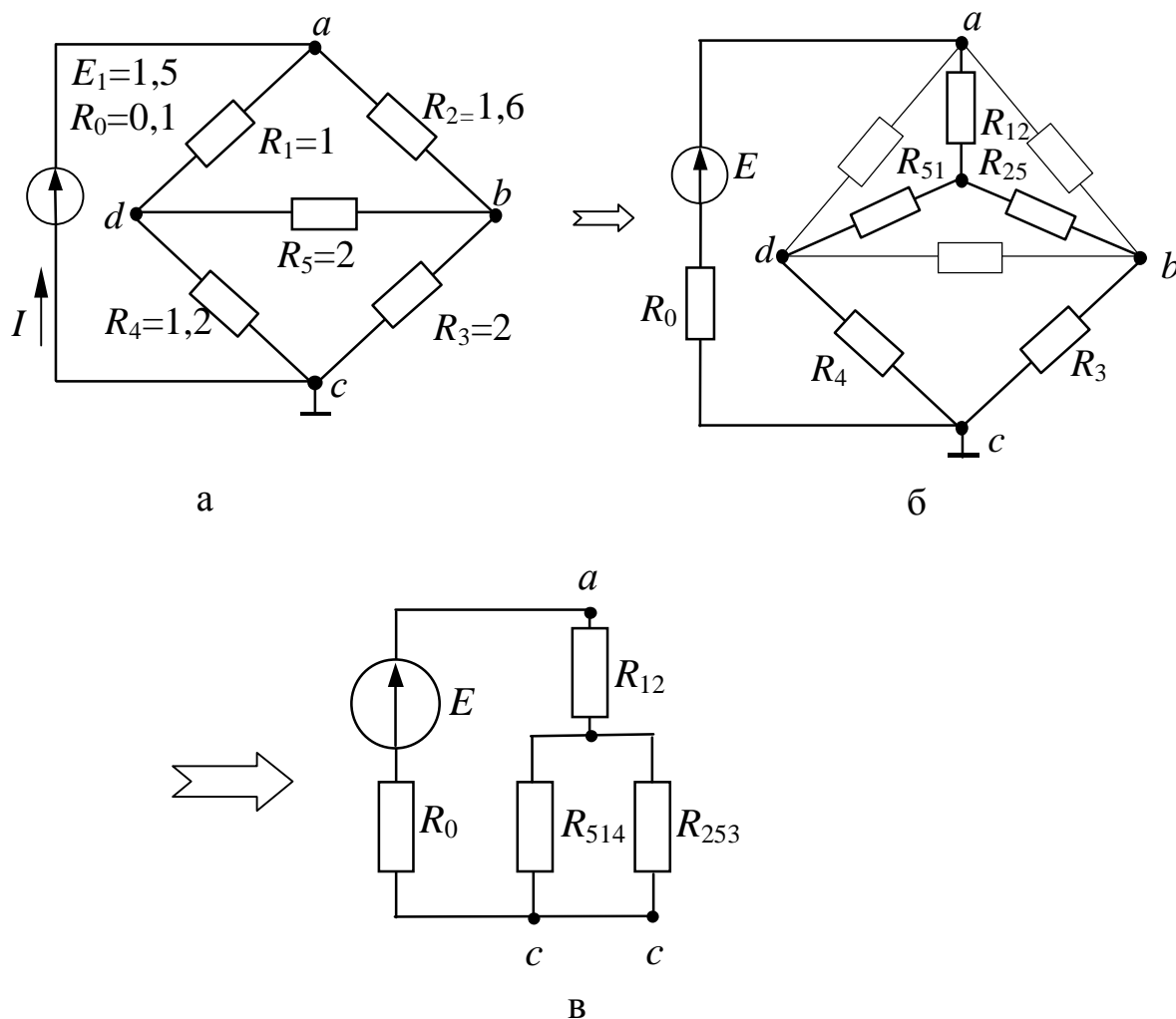


Рис. 1.7

Сопротивления  $R_{51}$  и  $R_4$ , а также  $R_{25}$  и  $R_3$  оказались соединенными последовательно, их эквивалентные сопротивления равны:

$$R_{514} = R_{51} + R_4 = 0,435 + 1,2 = 1,635, \text{ Ом};$$

$$R_{253} = R_{25} + R_3 = 0,696 + 2 = 2,696, \text{ Ом}.$$

В результате эквивалентное сопротивление цепи (рис. 1.7, в) составит:

$$R_9 = R_0 + R_{12} + \frac{R_{514} + R_{253}}{R_{514} + R_{253}} = 0,1 + 0,348 + \frac{1,635 \cdot 2,696}{1,635 + 2,696} = 1,466 \approx 1,5, \text{ Ом.}$$

Ток, потребляемый измерительной схемой

$$I = \frac{E}{R_9} = \frac{1,5}{1,5} = 1, \text{ А.}$$

Решить задачу 1.5 самостоятельно, исходя из данных табл. 1.5. Номер варианта выдается преподавателем.

### Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 1.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$I_1, \text{ А}$	100	50	70	70	10	60	300	120
$U_1, \text{ В}$	25	100	35	35	48	300	22	100
$I_2, \text{ А}$	200	150	200	200	30	120	600	240
$U_2, \text{ В}$	23	95	30	30	45	280	20	96

Таблица 1.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E, \text{ В}$	125	500	50	750	25	250	100	125
$R_1, \text{ Ом}$	5	20	2	30	1	100	4	50
$R_2, \text{ Ом}$	5	20	2	30	1	100	4	50
$R_3, \text{ Ом}$	10	40	4	60	2	200	8	100
$R_4, \text{ Ом}$	12	48	4,8	72	2,4	240	9,6	120
$R_5, \text{ Ом}$	5	20	2	30	1	100	4	50
$R_6, \text{ Ом}$	7,5	30	3	45	1,5	150	6	75

Таблица 1.3

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R$ , Ом	3	6	9	12	15	60	30	90

Таблица 1.4

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_1$ , Ом	10	5	100	20	4	50	15	120
$R_2$ , Ом	10	5	100	20	4	50	15	120
$R_3$ , Ом	2	3	30	70	5	40	1	25
$R_4$ , Ом	6	9	4	40		70	3	30
$R_5$ , Ом	5	8	80	10	4	20	6	50
$R_6$ , Ом	1	2	60	30	5	10	4	10
$R_7$ , Ом	6	9	40	40	6	70	3	30

Таблица 1.5

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E$ , В	10	50	20	100	30	5	80	60
$R_0$ , Ом	0,1	0,2	0,5	0,2	1	0,1	0,5	0,2
$R_1$ , Ом	10	30	60	20	15	6	20	90
$R_2$ , Ом	20	30	60	40	15	6	50	90
$R_3$ , Ом	10	20	50	30	10	2	20	50
$R_4$ , Ом	50	40	20	50	20	4	30	30
$R_5$ , Ом	40	30	60	20	15	6	10	90



Лабораторно-практическое занятие № 2  
ИЗУЧЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЦЕПЕЙ И  
ИХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА

Типовые задачи

**Задача 2.1.** Определить показания вольтметра  $pV$  (рис.2.1) и указать, в каких режимах работают источники ЭДС ( $R_i$ , Ом,  $E_j$ , В).

Решение

1. Определение тока.

Поскольку вольтметр имеет бесконечно большое сопротивление, он не оказывает влияние на величину тока рассматриваемой одноконтурной электрической цепи, и поэтому при определении величины тока не играет никакой роли и не учитывается.

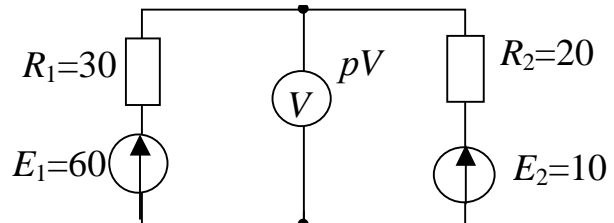


Рис. 2.1

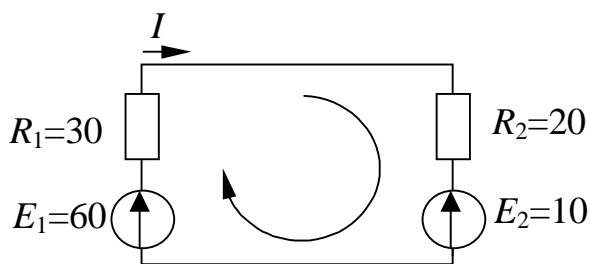


Рис. 2.2

Направление тока, как и направление обхода контура, выбирается произвольно (рис.2.2).

По второму закону Кирхгофа:

$$E_1 - E_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I,$$

$$I = \frac{(E_1 - E_2)}{(R_1 + R_2)} = \frac{(60 - 10)}{(30 + 20)} = 1, \text{ А.}$$

**2. Определение показания вольтметра.**

Показание вольтметра не зависит от того, какая часть схемы рассматривается с целью его определения.

Для определения показания вольтметра составляется уравнение, согласно II закону Кирхгофа (направления обхода контуров показаны на рис. 2.3, а и 2.3,б)

$$E_1 = R_1 I + U_{ab}, \quad U_{ab} = E_1 - R_1 I = 60 - 30 \cdot 1 = 30, \text{ В}$$

или

$$E_2 = R_2 I + U_{ab}, \quad U_{ab} = E_2 - R_2 I = 10 - 20 \cdot 1 = 30, \text{ В.}$$

Вольтметр показывает значение, равное  $U_{ab}$ , в рассматриваемом случае 30 В.

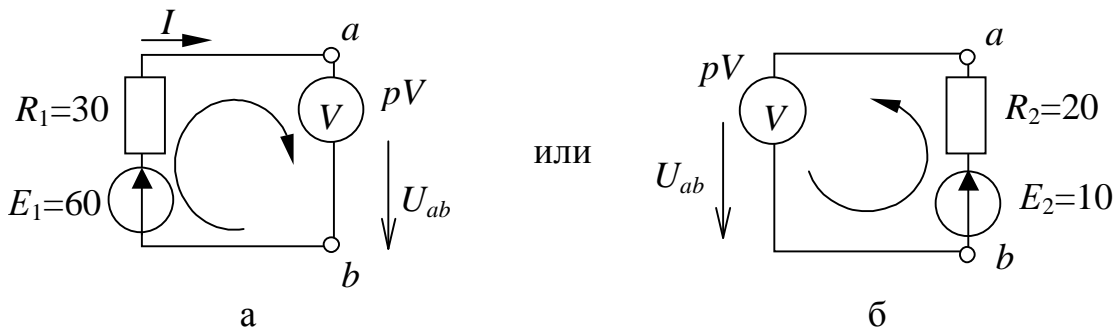


Рис. 2.3

### 3. Определение режимов работы источников ЭДС.

Если мощность источника ЭДС  $P = I E$  – величина положительная, то источник работает в режиме генератора, в противном случае – в режиме приемника:

$P_1 = I E_1 = 1 \cdot 60 = 60$ , Вт – источник ЭДС  $E_1$  в режиме генератора;

$P_2 = -I E_2 = -1 \cdot 10 = 10$ , Вт – источник ЭДС  $E_2$  в режиме приемника.

Решить задачу 2.1 самостоятельно, используя данные табл. 2.1. Номер варианта выдается преподавателем.

Задача 2.2. Рассчитать цепь методом контурных токов. Составить баланс мощностей.

*Решение*

#### 1. Определение токов в ветвях.

Направление токов в ветвях и контурных токов ( $I_I \div I_{III}$ ) выбираются произвольно, причем целесообразнее чтобы направления контурных токов совпадали с обходами соответствующих контуров (рис. 2.4).

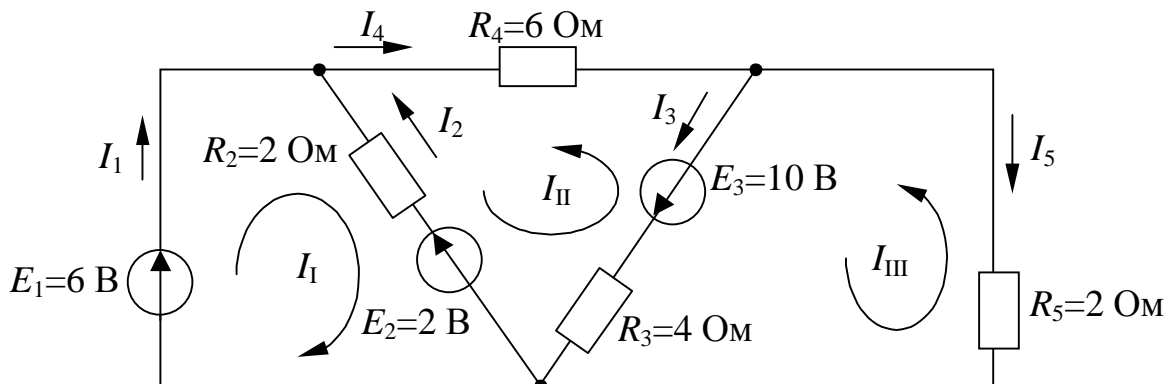


Рис.2.4

Согласно методу контурных токов составляются уравнения ко II закону Кирхгофа для замкнутых независимых контуров цепи относительно не токов в ветвях, а контурных токов:

$$\begin{aligned} R_2 I_I + R_2 I_{II} &= -E_2 + E_1; \\ + R_2 I_I + (R_2 + R_4 + R_3) I_{II} - R_3 I_{III} &= (E_3 + E_2); \\ - R_3 I_{II} + (R_3 + R_5) I_{III} &= E_3 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} 2I_I + 2 I_{II} &= - 2 + 6; \\ 2 I_I + (2 + 6 + 4)I_{II} - 4I_{III} &= - 10 - 2; \\ - 4I_{II} + (4 + 2)I_{III} &= 10, \end{aligned}$$

откуда значения контурных токов:

$$I_I = 3,27 \text{ А}, \quad I_{II} = -1,27 \text{ А}, \quad I_{III} = 0,82 \text{ А}.$$

**Токи во внешних ветвях:**

$$I_1 = I_I = 3,27 \text{ А}, \quad I_4 = -I_{II} = 1,27 \text{ А}, \quad I_5 = -I_{III} = -0,82 \text{ А},$$

а токи в смежных ветвях:

$$\begin{aligned} I_2 &= -I_I - I_{II} = -3,27 + 1,27 = -2, \text{ А}, \\ I_3 &= I_{III} - I_{II} = 0,82 + 1,27 = 2,09, \text{ А}. \end{aligned}$$

## 2. Составление уравнения баланса мощностей.

**Алгебраическая сумма мощностей всех источников цепи равна арифметической сумме мощностей всех ее приемников:**

$$I_1 E_1 + I_2 E_2 + I_3 E_3 = R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2$$

или в числовом выражении

$$\begin{aligned} 3,27 \cdot 6 + (-2) \cdot 2 + 2,09 \cdot 10 &= 2 \cdot (-2)^2 + 4 \cdot 2,09^2 + 6 \cdot 1,27^2 + 2 \cdot 0,82^2, \text{ Вт} \\ 3,65, \text{ Вт} &= 3,65, \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Решить задачу 2.2 самостоятельно, исходя из данных табл. 2.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 2.3.** Определить токи в ветвях электрической цепи методом междуузлового напряжения ( $R_i$ , Ом,  $E_j$ , В) (рис. 2.5.)

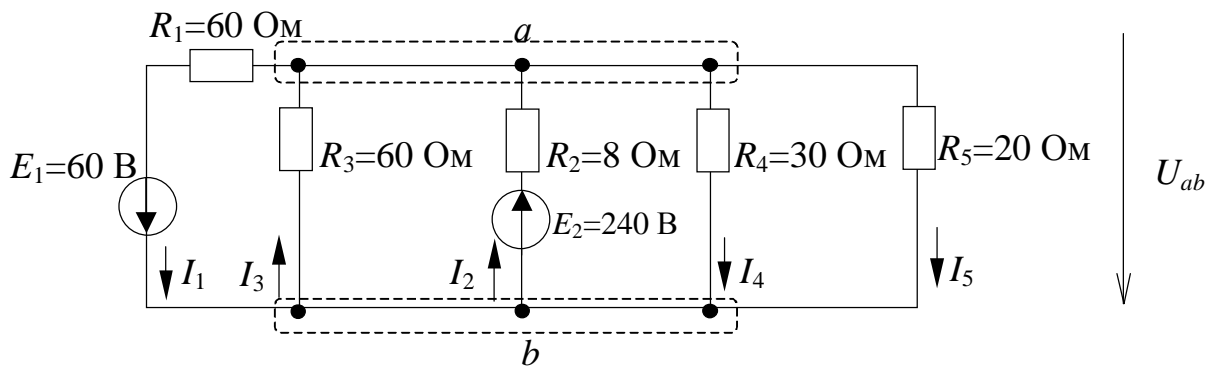


Рис. 2.5

### Решение

#### 1. Определение междуузлового напряжения.

Потенциальные узлы отмечаются буквами с целью соблюдения знаков узловых токов, например,  $a$  и  $b$  (рис. 2.5), тогда искомое напряжение

$$U_{ab} = \frac{-G_1 E_1 + G_2 E_2}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5},$$

где  $G_i = \frac{1}{R_i}$  – проводимость  $i$ -ой ветви, См, или в числовом выражении

$$U_{ab} = \frac{-\frac{1}{60}60 + \frac{1}{8}240}{\frac{1}{60} + \frac{1}{8} + \frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20}} = 120, \text{ В.}$$

#### 2. Определение токов в ветвях.

Направления токов в ветвях выбираются произвольно (рис. 2.5), а их величины определяются согласно закону Ома для активного или пассивного участков цепи:

$$I_1 = \frac{E_1 + U_{ab}}{R_1} = \frac{60 + 120}{60} = 3, \text{ А;}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = \frac{240 - 120}{8} = 15, \text{ А;}$$

$$I_3 = \frac{-U_{ab}}{R_3} = \frac{-120}{60} = -2, \text{ А;}$$

$$I_4 = \frac{U_{ab}}{R_4} = \frac{120}{30} = 4, \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{U_{ab}}{R_5} = \frac{120}{20} = 6, \text{ A}.$$

3. Проверкой служит уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа, при подстановке в нее рассчитанных числовых значений токов:

$$-I_1 + I_3 + I_2 - I_4 - I_5 = 0 \quad \text{или} \quad -3 + (-2) + 15 - 4 - 6 = 0.$$

Решить задачу 2.3 самостоятельно, опираясь на данные табл. 2.3. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 2.4.** Определить показание вольтметра в электрической цепи (рис. 2.6).

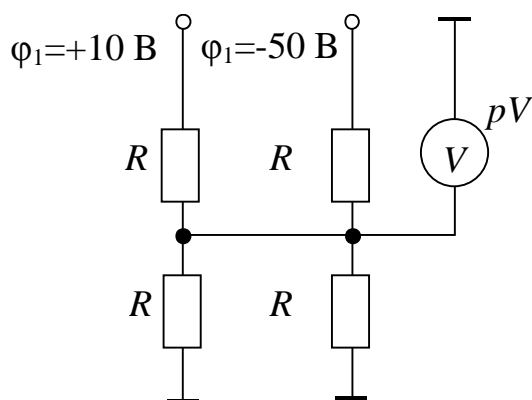


Рис. 2.6

*Решение*

С учетом того, что ЭДС источника питания всегда направлена от минуса к плюсу, а заземленные узлы равнопотенциальны, предлагаемая схема может быть изображена следующим образом (рис. 2.7).

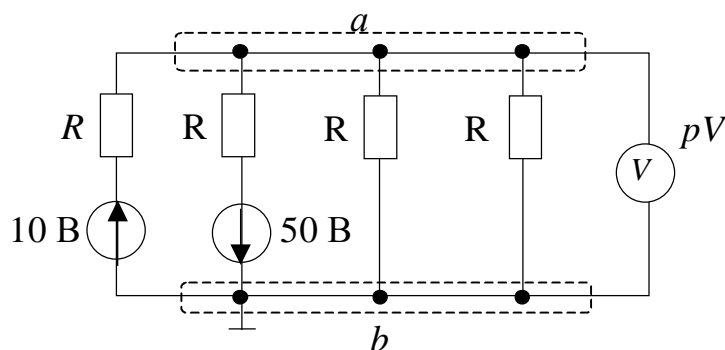


Рис. 2.7

Показание вольтметра в такой схеме, как известно, определяется методом междуузлового напряжения как модуль напряжения между двумя узлами  $a$  и  $b$ :

$$|U_{ab}| = \left| \frac{+\frac{10}{R} - \frac{50}{R}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}} \right| = |-10| = 10, \text{ В.}$$

Решить задачу 2.4 самостоятельно, в соответствии с данными табл. 2.4. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 2.5.** Для электрической цепи определить ток в ветви с резистором  $R_4$  методом активного двухполюсника (рис. 2.8).

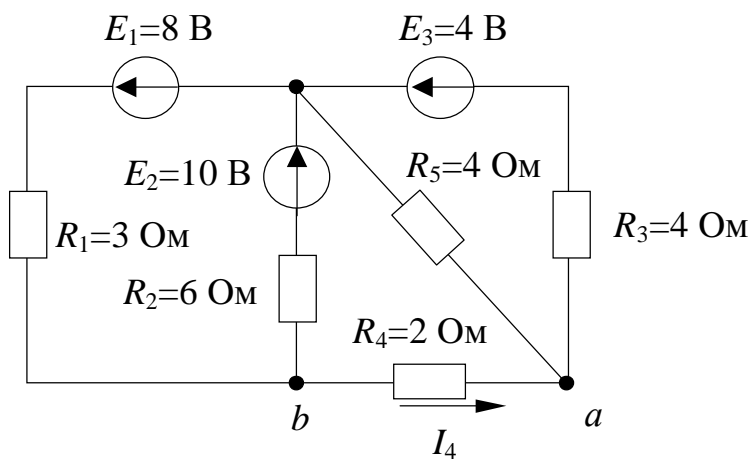


Рис. 2.8

*Решение*

Согласно методу активного двухполюсника (или эквивалентного генератора) воздействие всех источников питания на ветвь с неизвестным током заменяется воздействием одного, так называемого «эквивалентного»,

генератора, который на эквивалентной схеме замещения (рис.2.9) соединяется последовательно с исследуемой ветвью:

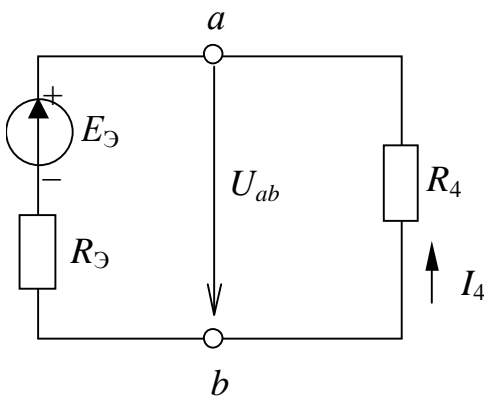


Рис. 2.9

$$I_4 = -\frac{E_{\mathcal{E}}}{R_{\mathcal{E}} + R_4},$$

$$E_{\mathcal{E}} = U_{ab_{xx}}, \quad R_{\mathcal{E}} = R_{ab_{xx}},$$

где  $U_{ab_{xx}}$  – напряжение между зажимами эквивалентного генератора  $a$  и  $b$  в режиме холостого хода;  $R_{ab_{xx}}$  – сопротивление между зажимами  $a$  и  $b$  пассивного двухполюсника, полученного из схемы, соответствующей холостому ходу эквивалентного генератора.

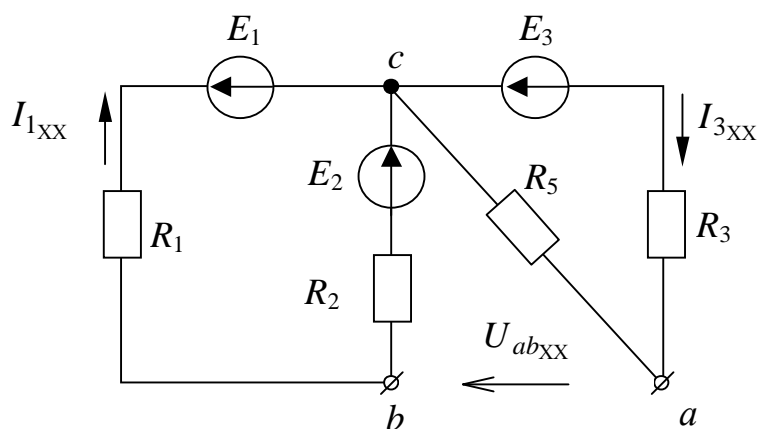


Рис. 2.10

В рассматриваемом случае схема, соответствующая холостому ходу эквивалентного генератора, выглядит так (рис.2.10.).

Пассивный двухполюсник (рис. 2.11) образуется при исключении источников питания, по сохранению их внутренних сопротивлений (в данном случае нулевых).

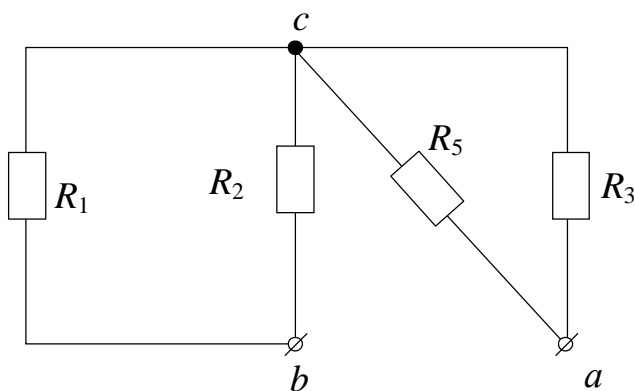


Рис. 2.11

1. Определение ЭДС эквивалентного генератора (рис. 2.10). В двухконтурной схеме определяются токи в ветвях и далее на основе второго закона Кирхгофа в контуре  $acb$

рассчитывается  $U_{ab_{xx}}$  :

$$I_{1xx} = \frac{-E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{-6 - 10}{3 + 6} = -2, \text{ А,}$$

$$I_{3xx} = \frac{-E_3}{R_3 + R_5} = \frac{-4}{4 + 4} = -0,5, \text{ А,}$$

$$-E_2 = R_5 I_{3xx} + R_2 I_{1xx} - U_{ab_{xx}}$$

или  $U_{ab_{xx}} = E_2 + R_5 I_{3xx} + R_2 I_{1xx} = 10 + 4(-0,5) + 6(-2) = -4, \text{ В.}$

Таким образом,  $U_{ab_{xx}} = -4 \text{ В.}$

2. Определение внутреннего сопротивления эквивалентного генератора (рис. 2.11). Как видно,  $R_1$  и  $R_2$  соединены параллельно

друг другу,  $R_5$  и  $R_3$  – аналогично, между собой они соединены последовательно, поэтому:

$$R_{ab_{xx}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} + \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 4 \text{ Ом},$$

или  $R_{\Theta} = R_{ab_{xx}} = 4 \text{ Ом}$ .

3. Определение тока в исследуемой ветви (рис. 2.9)

$$I_4 = \frac{-E_{\Theta}}{R_{\Theta} + R_4} = \frac{-(-4)}{4 + 2} = 0,67, \text{ А.}$$

Решить задачу 2.5 самостоятельно, исходя из данных табл. 2.5. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 2.6.** В электрической цепи (рис.2.12) определить ток в ветви с линейным элементом  $R_5$ . Вольтамперная характеристика (ВАХ) нелинейного элемента (НЭ) приведена на рис. 2.13.

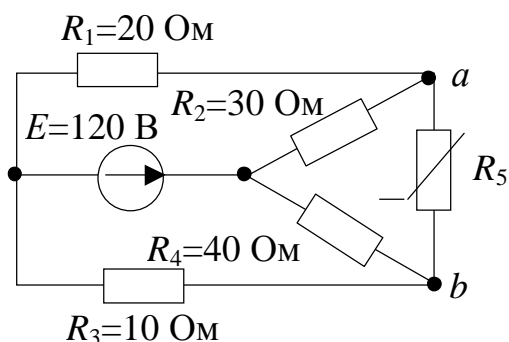


Рис. 2.12

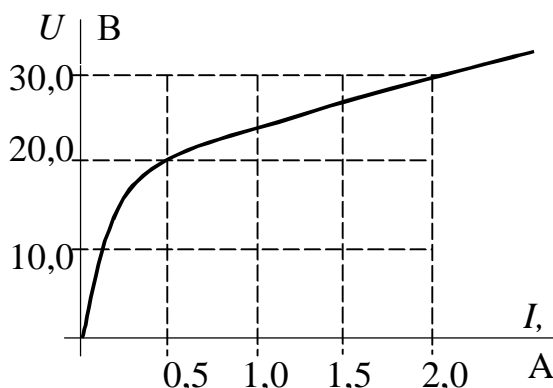


Рис. 2.13

*Решение*

1. Определение параметров эквивалентного генератора.

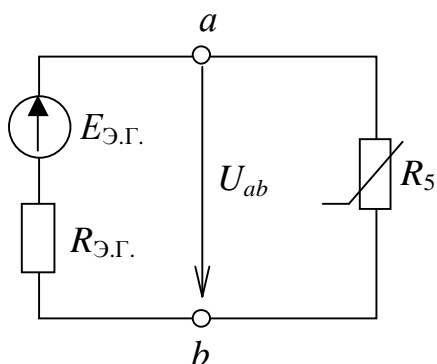


Рис. 2.14

Для определения тока в одной ветви схемы (в рассматриваемом случае, в ветви с НЭ) используется метод эквивалентного генератора. Эквивалентная схема замещения исходной цепи, а так же схемы эквивалентного генератора на холостом ходу и пассивного двухполюсника приводится на рис. 2.14, 2.15 и 2.16.



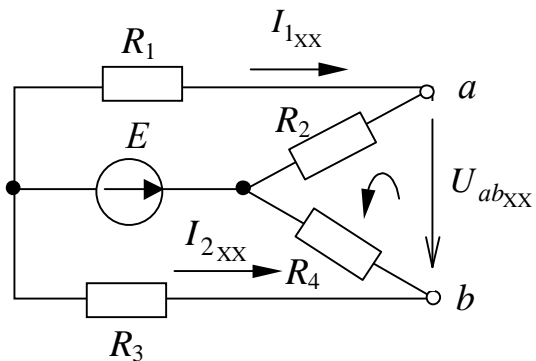


Рис. 2.15

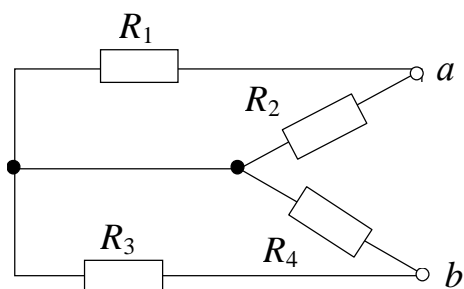


Рис. 2.16

Аналогично решению предыдущей задачи ЭДС эквивалентного генератора (рис. 2.14)

$$E_{\mathcal{E}} = U_{ab_{xx}},$$

причем (рис. 2.15)

$$-U_{ab_{xx}} + R_2 I_{1_{xx}} - R_4 I_{2_{xx}} = 0,$$

то есть  $E_{\mathcal{E}} = U_{ab_{xx}} = + R_2 I_{1_{xx}} - R_4 I_{2_{xx}}$ .

Токи  $I_{1_{xx}}$  и  $I_{2_{xx}}$  определяются любым известным методом, например,

$$I_{1_{xx}} = \frac{-E}{R_1 + R_2} = \frac{-120}{20 + 30} = -2,4, \text{ А};$$

$$I_{2_{xx}} = \frac{-E}{R_3 + R_4} = \frac{-120}{10 + 40} = -2,4, \text{ А}.$$

Тогда  $E_{\mathcal{E}} = U_{ab_{xx}} =$

$$= 30 \cdot (-2,4) - 40 \cdot (-2,4) = 24, \text{ В},$$

внутреннее сопротивление эквивалентного генератора (рис.

2.16)

$$R_{\mathcal{E}} = R_{ab_{xx}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 20}{20 + 30} + \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 20, \text{ Ом}.$$

Таким образом, внешняя характеристика эквивалентного генератора

$U_{ab} = E_{\mathcal{E}} - R_{\mathcal{E}} I = 24 - 20I$  имеет вид (рис. 2.17).

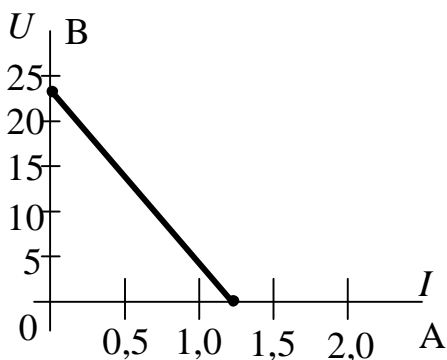


Рис. 2.17

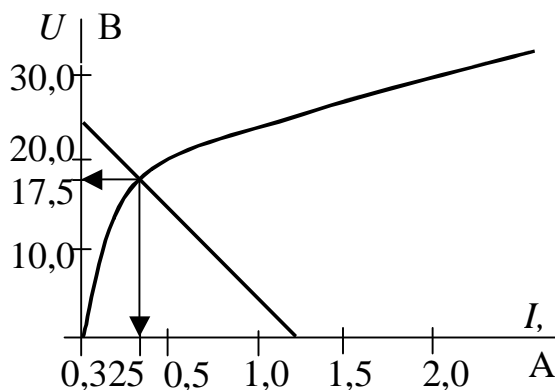


Рис. 2.18

## 2. Определение тока в ветви с НЭ.

Поскольку напряжение на зажимах эквивалентного генератора является одновременно и напряжением на зажимах НЭ и по ним протекает один и тот же ток (рис. 2.14), согласно методу пересечения характеристик  $U_{ab} = 17,5 \text{ В}$ ,  $I = 0,325 \text{ А}$  (рис. 2.18)

Решить задачу 2.6 самостоятельно, используя данные табл. 2.6. Номер варианта выдается преподавателем.

### Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 2.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, \text{В}$	70	80	90	100	110	120	130	140
$E_2, \text{В}$	20	30	40	50	60	70	80	90
$R_1, \text{ОМ}$	30	40	50	60	70	80	90	100
$R_2, \text{ОМ}$	20	30	40	50	60	70	80	90

Таблица 2.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, \text{В}$	7	12	17	22	27	32	37	42
$E_2, \text{В}$	3	6	9	12	15	18	21	24
$E_3, \text{В}$	11	15	19	23	27	31	35	39
$R_2, \text{ОМ}$	3	5	7	9	11	13	15	17
$R_3, \text{ОМ}$	5	10	15	20	25	30	35	40
$R_4, \text{ОМ}$	7	9	11	13	15	17	19	21
$R_5, \text{ОМ}$	3	5	7	9	11	13	15	17

Таблица 2.3

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$I$	2	3	4	5	6	7	8	9
$E_1, \text{В}$	10	20	40	30	70	50	90	100
$E_2, \text{В}$	180	190	220	120	250	230	360	450
$R_1, \text{ОМ}$	70	65	75	80	88	78	94	100

Окончание табл. 2.3

<i>I</i>	2	3	4	5	6	7	8	9
$R_2, \text{ Ом}$	6	4	3	10	14	12	16	18
$R_3, \text{ Ом}$	69	62	72	78	86	76	90	95
$R_4, \text{ Ом}$	35	32	37	40	44	39	47	50
$R_5, \text{ Ом}$	32	30	35	38	42	36	44	48

Таблица 2.4

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, \text{ В}$	20	-10	40	30	20	-70	60	-50
$E_2, \text{ В}$	-30	10	20	-40	-40	-60	-50	80

Таблица 2.5

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, \text{ В}$	4	6	5	10	12	8	9	11
$E_2, \text{ В}$	9	9	7	15	18	12	13	16
$R_1, \text{ Ом}$	4	6	5	7	9	8	10	12
$R_2, \text{ Ом}$	8	12	10	14	18	16	20	24
$R_3, \text{ Ом}$	5	6	5	7	4	6	8	7
$R_4, \text{ Ом}$	2	3	6	7	4	6	7	6
$R_5, \text{ Ом}$	5	6	7	8	5	7	7	6
$E_3, \text{ В}$	2	3	3	5	6	4	5	6

Таблица 2.6

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$E_1, \text{ В}$	110	108	116	112	118	114	122	124
$R_1, \text{ Ом}$	22	24	18	16	14	26	12	10
$R_2, \text{ Ом}$	33	36	27	24	21	39	18	15
$R_3, \text{ Ом}$	11	12	9	8	7	13	6	5
$R_4, \text{ Ом}$	44	48	36	32	28	52	24	20

образовательных стандартах, студенты выполняют лабораторно-практические занятия по всем темам или по каким-либо отдельным.

### Лабораторно-практическое занятие № 3

## АНАЛИЗ ОДНОФАЗНЫХ НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С $RL$ И $RC$ ПРИЕМНИКАМИ

### Типовые задачи

**Задача 3.1.** Заданы графики изменения  $u(t)$  и  $i(t)$  (с амплитудами  $U_m=141$  В;  $I_m=2,82$  А) для участка электрической цепи. Записать функции в тригонометрической и комплексной формах, если  $f = 50$  Гц. Определить полное сопротивление и угол сдвига фаз. Построить схему замещения цепи.

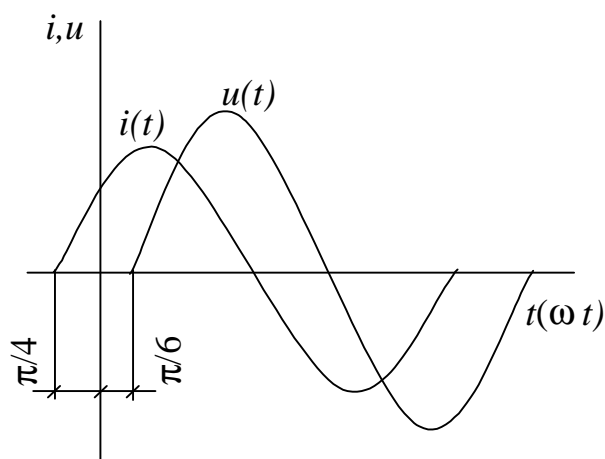


Рис. 3.1

### Решение

Напряжение  $u(t)$  и ток  $i(t)$  изменяются по синусоидальному закону (см. рис. 3.1) с одной частотой, следовательно, мгновенные значения тока и напряжения в цепи записываются:

$$\begin{aligned} u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u), \\ i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $U_m$  — амплитудное значение напряжения;  $I_m$  — амплитудное значение тока;  $\omega = 2\pi f$  — угловая частота;  $f = 1/T$  — частота синусоидальных напряжения и тока;  $T$  — период;  $\psi_u$  — начальная фаза синусоидального напряжения;  $\psi_i$  — начальная фаза синусоидального тока

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; \quad \psi_u = -\pi/6 = -30^\circ; \quad \psi_i = \pi/4 = 45^\circ. \quad (3.2)$$

Начальная фаза напряжения  $\psi_u$  имеет знак ( $-$ ), так как синусоида  $u(t)$  сдвинута по оси абсцисс вправо от начала координат (величина самой функции при  $t = 0$  имеет отрицательное значение). Напомним, что началом любой синусоиды полагается точка перехода функции из отрицательного значения в положительное значение. Поэтому же начальная фаза тока имеет знак ( $+$ ), так как синусоида  $i(t)$  сдвинута по оси абсцисс влево от начала координат. Таким образом, в соответствии с (3.1) и (3.2) имеем:

$$u = 141 \cdot \sin(314t - 30^\circ) \text{ В}, \quad i = 2,82 \cdot \sin(314t + 45^\circ) \text{ А.}$$

Синусоидальные функции времени изображаются также *комплексными числами*, которые, по сути, аналитически описывают вращающиеся радиус-векторы на комплексной плоскости, рассматриваемые в момент времени  $t = 0$ .

Комплексные изображения синусоидальных величин чаще всего записываются для действующих значений. Поэтому в первую очередь определим действующие значения тока и напряжения данной цепи:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{2,82}{\sqrt{2}} = 2 \text{ А}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В.}$$

Представим  $u(t)$  и  $i(t)$  в комплексной форме (показательная форма записи комплексных чисел):

$$\underline{U} = U e^{j\psi_u} = 100 e^{-j30^\circ} \text{ В}, \quad \underline{I} = I e^{j\psi_i} = 2 e^{j45^\circ} \text{ А.}$$

Модуль комплексного напряжения равен действующему значению напряжения  $U$  участка цепи, а аргумент – начальной фазе (начальная фаза синусоидального напряжения  $\psi_u$ ) и, соответственно, модуль комплексного тока равен действующему значению тока  $I$  участка цепи, а аргумент – начальной фазе (начальная фаза синусоидального напряжения  $\psi_i$ ). Напомним, что такое представление возможно, поскольку ток и напряжения изменяются с одной и той же угловой частотой и, следовательно, изображающие их векторы на комплексной плоскости взаимно неподвижны.

Определим полное комплексное сопротивление цепи

$$\begin{aligned} \underline{Z} = Z e^{j\varphi} &= \underline{U} / \underline{I} = U e^{j\psi_u} / I e^{j\psi_i} = (100 e^{-j30^\circ}) / (2 e^{j45^\circ}) = \\ &= (100/2) e^{j(-30^\circ - 45^\circ)} = 50 e^{-j75^\circ} \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где  $Z$  – полное сопротивление цепи, Ом;  $\varphi$  – разность фаз между током и напряжением (угол сдвига фаз),  $\varphi < 0$ .

В алгебраической форме записи комплексное сопротивление цепи  $\underline{Z}$  имеет вид (переход осуществляется с помощью формулы Эйлера):

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= Z e^{j\varphi} = Z \cos\varphi + jZ \sin\varphi = R + jX = \\ &= 50 \cos(-75^\circ) + j50 \sin(-75^\circ) = 12,94 - j48,3 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Здесь  $R$  – действительная часть (активное сопротивление), а  $X$  – мнимая часть (реактивное сопротивление) комплексного сопротивления цепи  $\underline{Z}$ .

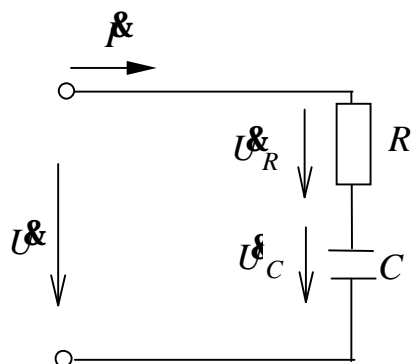


Рис. 3.2

Схема замещения цепи (рис. 3.2) представляется последовательным соединением резистивного элемента  $R$  и емкости  $C$ , так как мнимая часть  $X$  комплексного сопротивления цепи имеет отрицательный знак. Цепь носит “емкостный” характер. Об этом также свидетельствует отрицательный знак угла сдвига фаз. Ток опережает напряжение по фазе.

Решить задачу 3.1 самостоятельно, используя данные табл. 3.1. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 3.2.** Записать в алгебраической и показательной формах выражение для полного комплексного сопротивления индуктивной катушки с параметрами  $R_K = 3$  Ом;  $L_K = 0,0127$  Гн,  $f = 50$  Гц.

Построить на комплексной плоскости треугольник сопротивлений.

*Решение*

Схема замещения реальной индуктивной катушки (рис. 3.3) содержит соединенные последовательно элементы  $R_K$  и  $L_K$ .

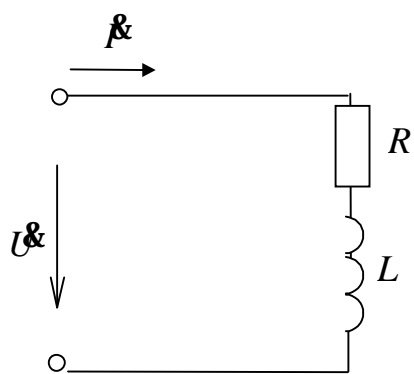


Рис. 3.3

Полное комплексное сопротивление цепи индуктивной катушки в алгебраической форме записи

$$\underline{Z}_K = R_K + j X_K = 3 + j4 \text{ Ом}, \quad (3.3)$$

где  $X_K = X_L = \omega L = 2\pi fL$  – индуктивное сопротивление, Ом;

$$X_K = \omega L_K = 2\pi f L_K = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,0127 = 3,99 \approx 4 \text{ Ом}.$$

На рис. 3.4 представлен треугольник сопротивлений, построенный в соответствии с формулой (3.3).

В показательной форме комплексное сопротивление цепи индуктивной катушки запишется  $\underline{Z}_K = Z_K e^{j\varphi}$  Ом.

Из простых геометрических соображений очевидно:

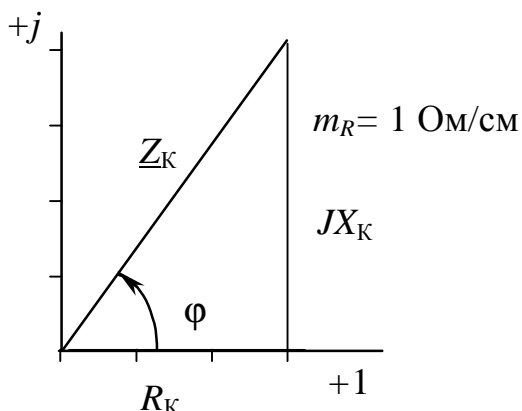


Рис. 3.4

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_K^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом};$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_K}{R_K} = \arctg \frac{4}{3} = 53,13^\circ \approx 53^\circ,$$

где  $Z_K$  – полное сопротивление цепи;  $\varphi$  – разность фаз между током и напряжением, следовательно  $\underline{Z}_K = 5e^{j53^\circ}$  Ом.

Так как  $\varphi > 0$  ( $+53^\circ$ ), то, как и все положительные углы, он откладывается от оси вещественных чисел против часовой стрелки (рис.

3.4).

Решить задачу 3.2 самостоятельно, используя данные табл. 3.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 3.3.** По показаниям приборов (рис. 3.5) определить параметры:  $R$ ,  $L$ ,  $\varphi$ ,  $Q$ ,  $S$  катушки, если  $I = 0,2$  А,  $U = 3$  В,  $P = 0,36$  Вт,  $f = 300$  Гц. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

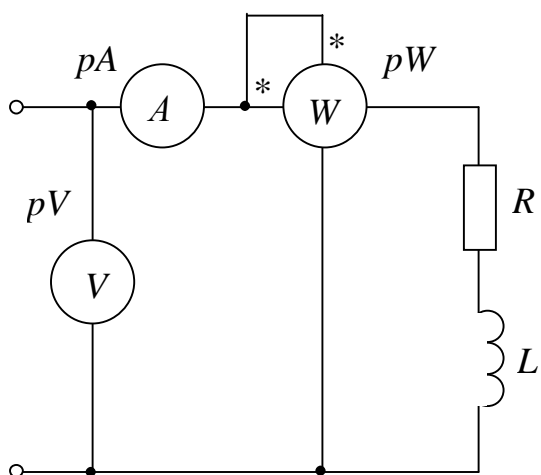


Рис. 3.5

*Решение*

Электроизмерительные приборы показывают действующие значения тока и напряжения, так как в большинстве случаев в них используется принцип электромеханических преобразований.

В рассматриваемой цепи именно в *резистивном элементе R* происходит безвозвратное (активное) потребление мощности – энергия выделяется в виде тепла и рассеивается в окружающую среду. Ваттметр измеряет именно эту мощность, которая пропорциональна квадрату действующего



значения тока и величине активного сопротивления цепи  $R$

$$P_w = P_R = U_R I = R I^2 = U I \cos \varphi .$$

Следовательно,  $R = P_R / I^2 = 0,36 / (0,2)^2 = 9 \text{ Ом}$

Полное сопротивление цепи  $Z$  можно определить как частное от деления действующего значения напряжения (показание вольтметра) на действующее значение тока (показание амперметра) на входе цепи:

$$Z = U / I = 3 / 0,2 = 15 \text{ Ом.}$$

В то же время

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arccos \frac{R}{Z},$$

где  $X_L = \omega L = 2\pi f L$  – индуктивное сопротивление  $L$  элемента, Ом.

Тогда  $X_L$  и  $\varphi$  можно определить как

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ Ом,}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{9}{15} = 53,13^\circ \approx 53^\circ.$$

Индуктивность  $L$

$$L = X_L / \omega = X_L / (2\pi f) = 12 / (2\pi \cdot 300) = 0,00637 \text{ Гн} = 6,37 \text{ мГн.}$$

Реактивная (индуктивная мощность) – характеризует скорость поступления энергии в магнитное поле катушки и возврат ее обратно источнику (обратимый процесс)

$$Q_L = U_L I = U I \sin \varphi = X_L I^2 = 12 \cdot (0,2)^2 = 0,48 \text{ вар.}$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 3 \cdot 0,2 = 6 \text{ ВА.}$$

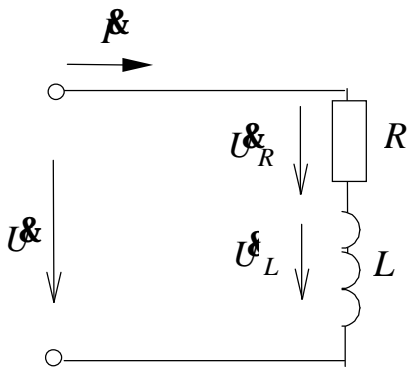


Рис. 3.6

Для построения векторной диаграммы тока и напряжений цепи изобразим схему замещения (рис. 3.6). В соответствии со вторым законом Кирхгофа в комплексной форме:

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_R + \mathcal{U}_L. \quad (3.4)$$

Примем начальную фазу синусоидального тока  $\psi_i$  равной нулю. Тогда комплексный ток цепи

$$\mathcal{I} = I e^{j\psi_i} = 0,2 e^{j0^\circ} = 0,2 \text{ А}. \quad (3.5)$$

Комплексные напряжения на элементах цепи в соответствии с законом Ома в комплексной форме

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_R &= R\mathcal{I} = 9 \cdot 0,2 = 1,8 \text{ В}; \\ \mathcal{U}_L &= j\omega L\mathcal{I} = jX_L\mathcal{I} = j12 \cdot (0,2) = j2,4 = 2,4e^{j90^\circ} \text{ В}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Построение векторной диаграммы (совокупность расположенных на комплексной плоскости векторов, изображающих синусоидальные функции времени – напряжения и токи) начинаем с изображения в выбранном масштабе вектора (комплекса) тока  $\mathcal{I}$  согласно уравнению (3.5). Располагаем его вдоль оси вещественных чисел (+1), так как  $\psi_i = 0$  (рис. 3.7.)

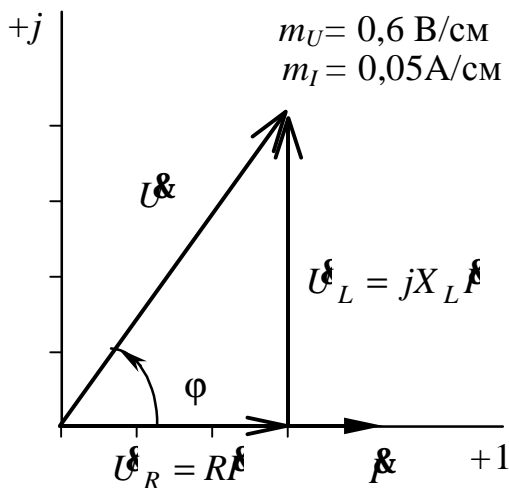


Рис. 3.7

Вектор комплексного напряжения на резистивном элементе  $\mathcal{U}_R$  (изображается в своем масштабе) располагается также вдоль оси вещественных чисел, так как ток и напряжение резистивного элемента совпадают по фазе. Вектор комплексного напряжения на индуктивном элементе  $\mathcal{U}_L$  располагается вдоль оси мнимых чисел (+j), так как  $\psi_{UL} = 90^\circ$  согласно

уравнению (3.6), то есть напряжение на индуктивном элементе по фазе опережает ток на  $90^\circ$ .

Построение ведем в соответствии с уравнением (3.4). К концу вектора  $\mathcal{U}_R$  прибавляем вектор  $\mathcal{U}_L$  и, соединив его конец с началом

координат, получаем вектор напряжения  $\vec{U}$  на входе цепи

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L = Ue^{j\psi_U};$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{1,8^2 + 2,4^2} = 3\text{В};$$

$$\psi_U = \psi_I + \varphi = 0 + 53^\circ = 53^\circ.$$

Решить задачу 3.3 самостоятельно, исходя из данных табл. 3.3. Номер варианта выдается преподавателем.

### Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 3.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_m$ , В	141	14,1	282	28,2	42,3	56,4	84,6	98,7
$I_m$ , А	5,64	0,846	42,3	1,41	0,564	0,987	5,64	4,23
$T$ , с	0,01	0,02	0,04	0,0025	0,025	0,02	0,01	0,0025
$\psi_u$ , рад	$-\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/2$	$\pi/10$	$\pi/9$	$-\pi/8$	$-\pi/4$	$-\pi/8$
$\psi$ , рад	$\pi/8$	$-\pi/4$	$\pi/8$	$-\pi/8$	$-\pi/5$	$\pi/7$	$-\pi/6$	$\pi/10$

Таблица 3.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_k$ , Ом	4	6	3	8	12	16	24	18
$L_k$ , Гн	0,00478	0,0255	0,00318	0,00239	0,051	0,0191	0,0143	0,00955
$f$ , Гц	100	50	200	400	50	100	200	400

Таблица 3.3

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$I$ , А	0,4	2	3	0,8	1,2	1,6	2,4	1,8
$U$ , В	20	48	60	12	36	90	120	360
$P$ , Вт	6	60	45	10	12	72	180	450
$f$ , Гц	100	50	200	400	50	100	200	400

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; \quad \psi_u = -\pi/6 = -30^\circ; \quad \psi_i = \pi/4 = 45^\circ$$

$U_m$  – амплитудное значение напряжения;  $I_m$  – амплитудное значение

тока;

$\omega = 2\pi f$  – угловая частота;  $f = 1/T$  – частота синусоидальных напряжения и тока;  $T$  – период;  $\psi_u$  – начальная фаза синусоидального напряжения;  $\psi_i$  – начальная фаза синусоидального тока.

# Лабораторно-практическое занятие № 4

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### Типовые задачи

**Задача 4.1.** Заданы параметры элементов электрической цепи (рис. 4.1) и входное напряжение  $U_{BX} = 141 \cdot \sin 314t$  В.

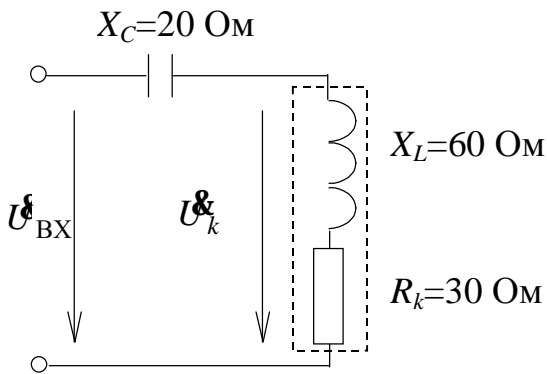


Рис. 4.1

Определить напряжение на катушке  $U_k$  и построить векторную диаграмму тока и напряжений.

#### Решение

Расчет цепи проведем, используя *комплексный* метод анализа цепей синусоидального тока.

Представим все электрические величины ( $U_{BX}$ ,  $Z_C$ ,  $Z_L$ ,  $Z_R$ ) в комплексной форме (рис. 4.2) и определим комплексный ток цепи  $I$

$$U_{BX} = U e^{j\psi U_{BX}} = 100 e^{j0} \text{ В,}$$

$$Z_C = -j X_C; \quad Z_L = j X_L; \quad Z_R = R_k,$$

где  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$  – действующее значение входного напряжения  $U_{BX}$ , В.

Полное комплексное сопротивление цепи с последовательно соединенными элементами  $Z_{BX}$  равно сумме комплексных сопротивлений этих элементов

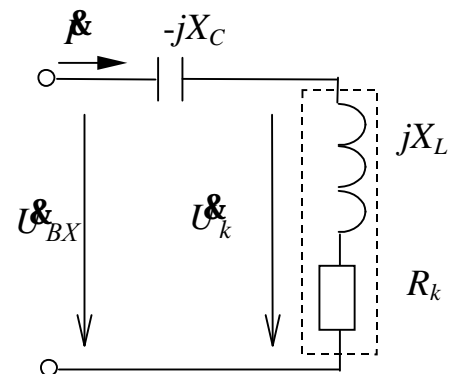


Рис. 4.2

$$Z_{BX} = Z_C + Z_L + Z_R = -j X_C + j X_L + R_k =$$

$$= R_k + j (X_L - X_C) = 30 + j (60 - 20) = 30 + j40 \text{ Ом.}$$

В показательной форме записи

$$Z_{BX} = Z e^{j\varphi} = 50 e^{j53^\circ} \text{ Ом;}$$

$$(Z = \sqrt{R_k^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50, \text{ Ом;}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X}{R_k} = \operatorname{arctg} \frac{40}{30} = 53,13^\circ \approx 53^\circ.$$

По закону Ома определим величину комплексного тока цепи  $\underline{I}$

$$\underline{I} = \underline{U}_{\text{BX}} / \underline{Z}_{\text{BX}} = 100e^{j0} / (5e^{j53^\circ}) = (100/5)e^{j(0-53^\circ)} = 2e^{-j53^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное напряжение на катушке  $\underline{U}_k$  также можно определить по закону Ома, но предварительно следует определить комплексное сопротивление катушки  $\underline{Z}_k$

$$\underline{Z}_k = R_k + jX_L = 30 + j60 \text{ Ом,}$$

или в показательной форме записи

$$\underline{Z}_k = Z_k e^{j\varphi_k} = 67e^{j63,4^\circ} \text{ Ом}$$

$$(Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 60^2} = 67 \text{ Ом;}$$

$$\varphi_k = \operatorname{arctg} \frac{X_L}{R_k} = \operatorname{arctg} \frac{60}{30} = 63,4^\circ).$$

Тогда  $\underline{U}_k = \underline{Z}_k \underline{I} = 67e^{j63,4^\circ} \cdot 2e^{-j53^\circ} = (67 \cdot 2)e^{j(63,4^\circ - 53^\circ)} = 134e^{j10,4^\circ} \text{ В.}$

Соответственно мгновенное значение напряжения на катушке

$$u_k = 134 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 314t = 189 \cdot \sin 314t \text{ В.}$$

Векторные диаграммы напряжений и тока в неразветвленной цепи синусоидального тока (рис. 4.3) строят на комплексной плоскости в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа (4.1) и с учетом фазовых сдвигов напряжений  $\underline{U}_{Rk}, \underline{U}_L, \underline{U}_C$  и тока  $\underline{I}$  во времени

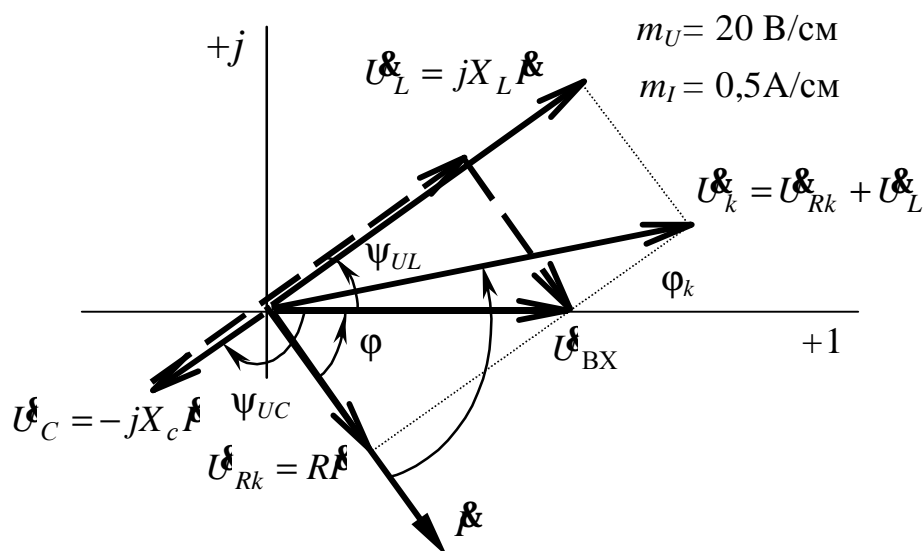


Рис. 4.3

$$\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_L + \underline{U}_{Rk}. \quad (4.1)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \underline{U}_{Rk} &= \underline{Z}_R \underline{I} = R_k \underline{I} = 30 \cdot 2e^{-j53^\circ} = 60e^{-j53^\circ} \text{ В}, \\ \underline{U}_C &= \underline{Z}_C \underline{I} = (-j X_C) \underline{I} = (-j20 \cdot 2e^{-j53^\circ}) = 20e^{-j90^\circ} \cdot 2e^{-j53^\circ} = 40e^{-j143^\circ} \text{ В}, \\ \underline{U}_L &= \underline{Z}_L \underline{I} = (j X_L) \underline{I} = (j60) \cdot 2e^{-j53^\circ} = 60e^{j90^\circ} \cdot 2e^{-j53^\circ} = 120e^{j37^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

Решить задачу 4.1 самостоятельно, используя данные табл. 4.1. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 4.2.** Заданы параметры элементов электрической цепи (активные и реактивные сопротивления заданы в Омах) и входное напряжение  $U_{\text{ВХ}}=50$  В (рис. 4.4). Определить напряжение  $\underline{U}_{ab}$ , потребляемую активную и полную мощности. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

*Решение*

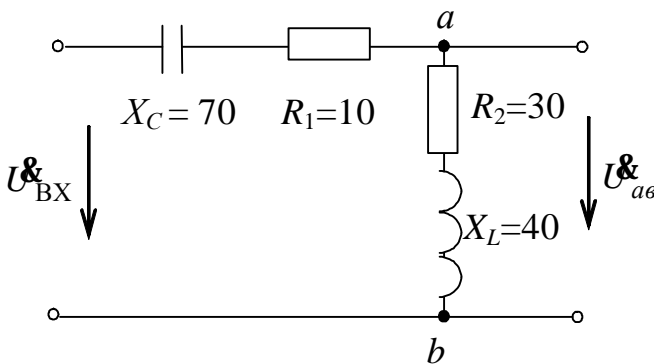


Рис. 4.4

Расчет цепи ведем комплексным методом.

Алгоритм расчета имеет следующий вид: представляем все электрические величины ( $\underline{U}_{\text{ВХ}}$ ,  $\underline{Z}_C$ ,  $\underline{Z}_L$ ,  $\underline{Z}_{R1}$ ,  $\underline{Z}_{R2}$ ) в комплексной форме и определяем комплексный ток цепи  $\underline{I}$ , далее определяем комплексное напряжение

$\underline{U}_{ab}$  на участке цепи ( $a - b$ ):

$$\underline{I} = \underline{U}_{\text{ВХ}} / \underline{Z}_{\text{ВХ}}, \quad \underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{ab} \underline{I}.$$

Так как задано действующее значение входного напряжения, то, принимая его начальную фазу  $\psi_{U_{\text{ВХ}}}$  равной нулю, запишем  $\underline{U}_{\text{ВХ}}$ :

$$\underline{U}_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}} e^{j\psi_{U_{\text{ВХ}}}} = 50e^{j0} \text{ В}.$$

Полное комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением элементов  $\underline{Z}_{\text{ВХ}}$  равно сумме комплексных

сопротивлений этих элементов

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{BX} &= \underline{Z}_C + \underline{Z}_{R1} + \underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_L = -jX_C + R_1 + R_2 + jX_L = \\ &= R_1 + R_2 + j(X_L - X_C) = R + jX = 40 - j30 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

В показательной форме записи  $\underline{Z}_{BX} = Z e^{j\varphi}$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ Ом};$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-30}{40} = -36,87^\circ \approx -37^\circ;$$

$$\underline{Z}_{BX} = Z e^{j\varphi} = 50 e^{-j37^\circ} \text{ Ом}.$$

Определяем комплексный ток цепи  $\underline{I}$

$$\underline{I} = \underline{U}_{BX} / \underline{Z}_{BX} = 50 e^{j0} / 50 e^{-j37^\circ} = 1 e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Комплексное сопротивление  $\underline{Z}_{ab}$  на участке цепи ( $a - b$ ):

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{R2} + \underline{Z}_L = R_2 + jX_L = 30 + j40 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ab} = Z_{ab} e^{j\varphi_{ab}} = 50 e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$(Z_{ab} = \sqrt{R_2^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом}, \varphi_{ab} = \arctg \frac{X_L}{R_2} = \arctg \frac{40}{30} = 53,13^\circ \approx 53^\circ).$$

Находим комплексное напряжение  $\underline{U}_{ab}$

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I} \cdot \underline{Z}_{ab} = 1 e^{j37^\circ} \cdot 50 e^{j53^\circ} = 1 \times 50 e^{j(37^\circ + 53^\circ)} = 50 e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Определим активную мощность цепи  $P$

$$P = U_{\text{акт}} \cos \varphi = 50 \cdot 1 \cdot \cos(-37^\circ) = 40 \text{ Вт}.$$

Активную мощность цепи можно определить и как

$$P = (R_1 + R_2) I^2 = 1^2 \cdot (10 + 30) = 40 \text{ Вт}.$$

Полная мощность цепи  $S$  равна:

$$S = U_{\text{полн}} = 50 \cdot 1 = 50 \text{ ВА}.$$

Построим векторную диаграмму напряжений и тока цепи в соответствии с уравнением второго закона Кирхгофа и с учетом фазовых сдвигов напряжений  $\underline{U}_{BX}, \underline{U}_C, \underline{U}_{R1}, \underline{U}_{R2}, \underline{U}_L, \underline{U}_{ab}$  и тока  $\underline{I}$  во времени (рис. 4.5):

$$\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{R2} + \underline{U}_L. \quad (4.2)$$

Найдем слагаемые уравнения (4.2) – комплексные напряжения на элементах цепи:

$$\underline{U}_C = \underline{Z}_C \underline{I} = (-jX_C) \underline{I} = (-j70) \cdot 1 e^{j37^\circ} = 70 e^{-j90^\circ} \cdot 1 e^{j37^\circ} = 70 e^{-j53^\circ} \text{ В};$$



$$U_{R1} = R_1 I = 10 \cdot 1 e^{j37^\circ} = 10 e^{j37^\circ} \text{ В}; \quad U_{R2} = R_2 I = 40 \cdot 1 e^{j37^\circ} = 40 e^{j37^\circ} \text{ В};$$

$$U_L = Z_L I = (j X_L) I = (j 40) \cdot 1 e^{j37^\circ} = 40 e^{j90^\circ} \cdot 1 e^{j37^\circ} = 40 e^{j127^\circ} \text{ В}.$$

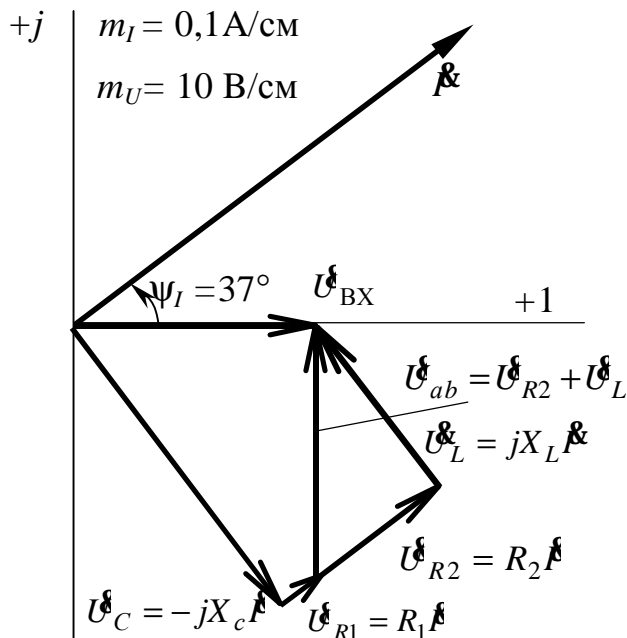


Рис. 4.5

Располагаем вектор тока  $I$  в выбранном масштабе под углом  $\psi_I$  к оси действительных чисел, откладывая этот угол  $37^\circ$  против часовой стрелки (как и все положительные значения углов).

Геометрическая сумма всех векторов  $\sum U_I$  равна вектору входного напряжения  $U_{BX}$ , который располагается вдоль оси вещественных чисел (начальная фаза равна нулю).

Построение на векторной диаграмме векторов напряжений производим

последовательно – к концу одного вектора прикладываем начало следующего вектора в соответствии с уравнением (4.2).

Векторы напряжений на резистивных элементах  $U_{R1}$  и  $U_{R2}$  совпадают по фазе с током и располагаются параллельно вектору  $I$ . Вектор напряжения на емкостном элементе  $U_C$  отстает по фазе от вектора  $I$  на  $90^\circ$ , а вектор напряжения на индуктивном элементе  $U_L$  опережает по фазе вектор тока  $I$  на  $90^\circ$ . Вектор напряжения  $U_{ab}$  определяется также в соответствии со вторым законом Кирхгофа как

$$U_{ab} = U_{R2} + U_L$$

и располагается перпендикулярно оси вещественных чисел ( $\psi_{U_{ab}} = 90^\circ$ ).

Решить задачу 4.2 самостоятельно, исходя из данных табл. 4.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 4.3.** В цепи с параметрами, заданными в Омах, протекает ток  $i = \sqrt{2} \sin(\omega t + 20^\circ)$  (рис. 4.6). Определить между какими точками в этой цепи будет наблюдаться наибольшее напряжение. Задачу рекомендуется решать с помощью векторной диаграммы.

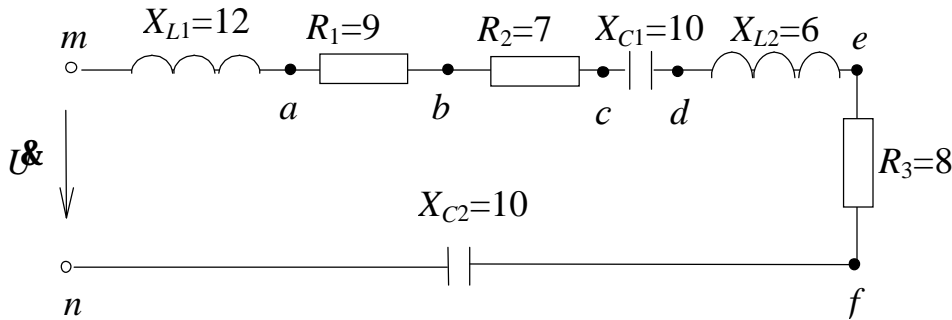


Рис.4.6

*Решение*

Проведем расчет двумя способами.

Первоначально рассмотрим следующий алгоритм расчета цепи: представляем все электрические величины ( $\underline{I}$ ,  $\underline{Z}_i$ ) в комплексной форме, определяем полное комплексное сопротивление цепи  $\underline{Z}_{mn}$  и далее определяем комплексное напряжение  $\underline{U}_{mn}$  на входе, а также комплексные напряжения на отдельных участках цепи  $\underline{U}_{ij}$ :

$$\underline{U}_{mn} = \underline{I} \underline{Z}_{mn} ; \quad \underline{U}_{ij} = \underline{I} \underline{Z}_{ij}. \quad (4.3)$$

Запишем комплексное значение тока в цепи. Модуль комплексного тока равен действующему значению тока  $I = I_m / \sqrt{2} = 1 \text{ А}$ , а аргумент комплексного числа равен начальной фазе  $\psi_i = 20^\circ$ ;

$$\underline{I} = I e^{j\psi_i} = 1 e^{j20^\circ} \text{ А}.$$

Полное комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением элементов  $\underline{Z}_{mn}$  равно сумме комплексных сопротивлений этих элементов

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{mn} &= j X_{L1} + R_1 + R_2 - j X_{C1} + j X_{L2} + R_3 - j X_{C2} = \\ &= R_1 + R_2 + R_3 + j(X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2}) = R + j X = 24 - j2 \text{ Ом} . \end{aligned}$$

В показательной форме записи

$$\underline{Z}_{mn} = Z e^{j\varphi} = 24,083 e^{-j4,76^\circ} \text{ Ом};$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{24^2 + (-2)^2} = 24,083 \text{ Ом};$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{-2}{24} = -4,76^\circ.$$

Следовательно,

$$U_{mn} = Z_{mn} I = 24,083 e^{-j4,76^\circ} 1 e^{j20^\circ} = 24,083 e^{j15,24^\circ} \text{ В.}$$

Определяем комплексные напряжения на элементах цепи:

$$U_{L1} = (jX_{L1}) I = (j12) \cdot 1 e^{j20^\circ} = 12 e^{j90^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 12 e^{j110^\circ} \text{ В};$$

$$U_{L2} = (jX_{L2}) I = (j6) \cdot 1 e^{j20^\circ} = 6 e^{j90^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 6 e^{j110^\circ} \text{ В};$$

$$U_{C1} = (-jX_{C1}) I = (-j10) \cdot 1 e^{j20^\circ} = 10 e^{-j90^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 10 e^{-j70^\circ} \text{ В}; \quad (4.4)$$

$$U_{C2} = (-jX_{C1}) I = (-j10) \cdot 1 e^{j20^\circ} = 10 e^{-j90^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 10 e^{-j70^\circ} \text{ В};$$

$$U_{R1} = R_1 I = 9 \cdot 1 e^{j20^\circ} = 9 e^{j0^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 9 e^{j20^\circ} \text{ В};$$

$$U_{R2} = R_2 I = 7 \cdot 1 e^{j20^\circ} = 7 e^{j0^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 7 e^{j20^\circ} \text{ В};$$

$$U_{R3} = R_2 I = 8 \cdot 1 e^{j20^\circ} = 8 e^{j0^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 8 e^{j20^\circ} \text{ В.}$$

Далее определяем комплексные сопротивления различных участков цепи  $Z_{ij}$ :

$$Z_{mb} = R_1 + jX_{L1} = 9 + j12 = 15 e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{mc} = R_1 + R_2 + jX_{L1} = 16 + j12 = 20 e^{j37^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{md} = R_1 + R_2 + j(X_{L1} - X_{C1}) = 16 + j2 = 16,125 e^{j7,125^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{me-} = R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2} - X_{C1}) = 16 + j8 = 17,89 e^{j26,56^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{mf-} = R_1 + R_2 + R_3 + j(X_{L1} + X_{L2} - X_{C1}) = 24 + j8 = 25,3 e^{j18,43^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{an} = R_1 + R_2 + R_3 + j(X_{L2} - X_{C1} - X_{C2}) = 24 - j14 = 27,78 e^{-j30,26^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{bn} = R_2 + R_3 + j(X_{L2} - X_{C1} - X_{C2}) = 15 - j14 = 20,52 e^{-j43^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{cn} = R_3 + j(X_{L2} - X_{C1} - X_{C2}) = 8 - j14 = 16,125 e^{-j60,25^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{dn} = R_3 + j(X_{L2} - X_{C2}) = 8 - j4 = 8,25 e^{-j26,56^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{en} = R_3 - jX_{C3} = 8 - j10 = 12,8 e^{-j51,34^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{af} = R_1 + R_2 + R_3 + j(X_{L2} - X_{C1}) = 24 - j4 = 24,33 e^{-j9,46^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{bf} = R_2 + R_3 + j(X_{L2} - X_{C1}) = 15 - j4 = 15,5 e^{-j14,9^\circ} \text{ Ом};$$

$$Z_{cf} = R_3 + j(X_{L2} - X_{C1}) = 8 - j4 = 8,94 e^{-j26,56^\circ} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{df} &= R_3 + jX_{L2} = 8 + j6 = 10 e^{j37^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{be} &= R_2 + j(X_{L2} - X_{C1}) = 7 - j4 = 8,06 e^{-j29,7^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{ae} &= R_1 + R_2 + j(X_{L2} - X_{C1}) = 16 - j4 = 16,5 e^{-j14^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{ad} &= R_1 + R_2 - jX_{C1} = 16 - j10 = 18,87 e^{-j29^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{ac} &= R_1 + R_2 = 16^\circ \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{ce} &= j(X_{L2} - X_{C1}) = -j4 = 4e^{-j90^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

И, наконец, можем определить в соответствии с (4.3) напряжения на всех участках  $\underline{U}_{ij} = \underline{Z}_{ij} \underline{I}$ . Однако очевидно, что при последовательном соединении элементов по всем элементам протекает один и тот же ток, и, следовательно, максимальное напряжение будет соответствовать участку цепи с максимальным по модулю сопротивлением, то есть это участок между точками  $a$  и  $n$

$$\underline{U}_{an} = \underline{Z}_{an} \underline{I} = 27,78 e^{-j30,26^\circ} \cdot 1 e^{j20^\circ} = 27,78 e^{-j10,26^\circ} \text{ В}.$$

**Таким образом, максимальное напряжение  $U_{an}$  составляет 27,78В.**

### Проведем расчет другим способом.

Построим векторную диаграмму цепи (рис.4.7), для которой, в соответствии со вторым законом Кирхгофа, справедливо:

$$\underline{U}_{mn} = \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{R2} + \underline{U}_{C1} + \underline{U}_{L2} + \underline{U}_{R3} + \underline{U}_{C2}$$

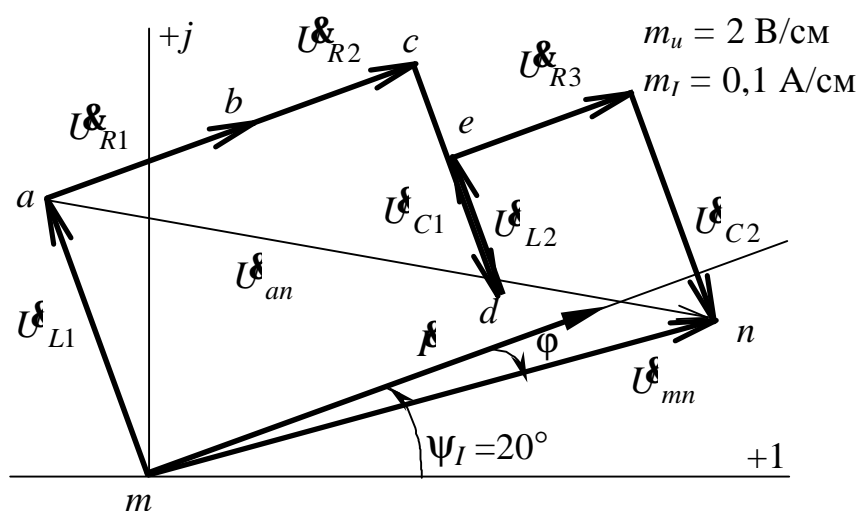


Рис. 4.7

Из векторной диаграммы, в результате простых и очевидных геометрических соображений, приходим к выводу, что вектор между точками  $a$  и  $n$  имеет наибольшую длину, то есть наибольший модуль напряжения  $U_{an}$ .

Рассчитать его можно следующим образом:

$$U_{an} = \sqrt{(U_{R1} + U_{R2} + U_{R3})^2 + (U_{L2} - U_{C1} - U_{C2})^2} = \\ = \sqrt{(9 + 7 + 8)^2 + (6 - 10 - 10)^2} = 27,78 \text{ В.}$$

Таким образом, получаем тот же результат, что и в предыдущем случае, однако при большей наглядности и меньших затратах времени на вычислительные операции.

Решить задачу 4.3 самостоятельно, в соответствии с данными табл. 4.3. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 4.4.** В неразветвленной электрической цепи, содержащей  $R=40$  Ом,  $X_L=7$  Ом и  $X_C=10$  Ом, приложенное напряжение  $U=220$  В при частоте  $f=50$  Гц.

Определить частоту  $f_0$ , при которой возникает резонанс напряжений, ток  $I_0$ , а также полную мощность  $S_0$  цепи при резонансе.

*Решение*

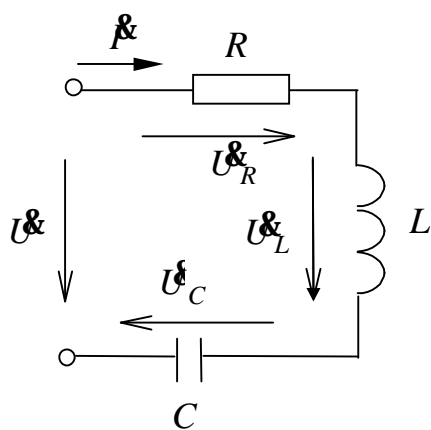


Рис. 4.8

В цепи (рис. 4.8) с последовательно соединенными  $R$ ,  $L$ ,  $C$  – элементами возможен режим, когда реактивное сопротивление  $X=0$  и  $\varphi = 0$ , что имеет место при равенстве абсолютных значений и индуктивного и емкостного сопротивлений, т. е. при  $|X_L| = |X_C|$ . При этом выполняется условие  $|U_L| = |U_C|$  и  $\varphi = 0$ , причем действующие значения этих напряжений могут превышать напряжение  $U$  на зажимах цепи.

*Режим работы электрической цепи при последовательном соединении активного, индуктивного и емкостного элементов, когда*

угол сдвига фаз между напряжением и током цепи равен нулю, называется резонансом напряжений.

Следовательно, при резонансе напряжений  $X = X_L - X_C = 0$ , или  $X_L = X_C$ .

Из равенства реактивных сопротивлений  $\omega L = 1/\omega C$  следует, что режим резонанса напряжений в электрической цепи возникает при частоте

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

называемой резонансной, которая определяет частоту незатухающих колебаний данной цепи и характеризует установление в ней наибольшего тока  $I_{\max}$ , так как при этом  $Z \rightarrow \min$ .

Определим индуктивность  $L$  и емкость  $C$  рассматриваемой цепи по величинам заданных реактивных сопротивлений:

$$L = X_L/\omega = X_L/(2\pi f) = 7 / (2\pi \cdot 50) = 22,28 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 22,28 \text{ мГн},$$

$$C = 1/(\omega X_C) = 1/(2\pi f X_C) = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 10) = 3,183 \cdot 10^{-4} \text{ Ф} = 318,3 \text{ мкФ}.$$

Подставим полученные значения  $L$  и  $C$  в (4.5) определим резонансную частоту

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{22,28 \cdot 10^{-3} \cdot 3,183 \cdot 10^{-4}}} = 59,765 \approx 60 \text{ Гц}.$$

Определим ток  $I_0$ , а также полную мощность  $S_0$  цепи при резонансе.

Модуль комплексного сопротивления цепи (полное сопротивление)

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

и так как при резонансе напряжений  $X = X_L - X_C = 0$ , то при этом  $Z \rightarrow \min Z = R$ , а угол сдвига фаз

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{0}{R} = 0.$$

Следовательно, модуль комплексного тока цепи (равный действующему значению тока цепи) при резонансе

$$I_0 = U / R = 220 / 40 = 5,5 \text{ А}.$$

Полная мощность цепи при резонансе:

$$S = U I_0 = 220 \cdot 5,5 = 1210 \text{ ВА.}$$

Решить задачу 4.4 самостоятельно, используя данные табл. 4.4. Номер варианта выдается преподавателем.

Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 4.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_m$ , В	141	14,1	282	28,2	42,3	56,4	84,6	98,7
$\psi_{ib}$ , рад	$-\pi/4$	$\pi/6$	$\pi/2$	$\pi/3$	$-\pi/3$	$-\pi/6$	$\pi/4$	$-\pi/2$
$X_C$ , Ом	60	12	60	4	12	24	24	12
$X_L$ , Ом	30	6	120	12	4	8	12	24
$R_K$ , Ом	40	8	80	6	6	12	16	16

Таблица 4.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{BX}$ , В	60	100	80	40	120	200	220	380
$X_C$ , Ом	60	120	60	4	120	240	240	120
$X_L$ , Ом	30	60	120	12	40	80	120	240
$R_1$ , Ом	30	40	30	2	30	20	60	100
$R_2$ , Ом	10	40	50	4	30	100	100	60

Таблица 4.3

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$I_m$ , А	5,64	0,846	42,3	1,41	0,564	0,987	5,64	4,23
$\psi$ , рад	$\pi/8$	$-\pi/4$	$\pi/8$	$-\pi/8$	$-\pi/5$	$\pi/7$	$-\pi/6$	$\pi/10$
$X_{C1}$ , Ом	6	120	0,6	4	12	60	24	12
$X_{C2}$ , Ом	8	60	1	8	18	30	12	18
$X_{L1}$ , Ом	2	60	1,2	12	4	40	16	24

$X_{L2}, \text{Ом}$	10	80	2	2	24	80	10	4
$R_1, \text{Ом}$	3	20	0,3	2	3	20	6	10
$R_2, \text{Ом}$	1	40	0,5	4	12	100	10	6
$R_3, \text{Ом}$	2	60	2	12	8	60	160	20

Таблица 4.4

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U, \text{В}$	60	100	80	40	120	200	220	380
$f, \text{Гц}$	100	50	200	400	50	100	200	400
$X_C, \text{Ом}$	60	12	60	4	12	24	24	12
$X_L, \text{Ом}$	30	6	120	12	4	8	12	24
$R, \text{Ом}$	40	8	80	6	6	12	16	16



## ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5 ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

### Типовые задачи

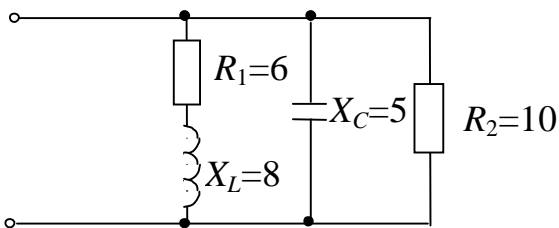


Рис. 5.1

**Задача 5.1.** Определить полную проводимость цепи. Параметры элементов указаны на схеме в Ом (рис. 5.1).

*Решение*

Цепь содержит три параллельные ветви и, следовательно, ее полная

комплексная проводимость  $\underline{Y}$  равна сумме комплексных проводимостей отдельных ветвей:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_1 + 1/\underline{Z}_2 + 1/\underline{Z}_3 = 1/(R_1 + jX_L) + 1/(-jX_C) + 1/R = G_1 - jB_L + jB_C + G_3 = Y e^{j\varphi}, \quad (5.1)$$

где

$$G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{R_1}{Z_1^2}; \quad G_3 = \frac{1}{R_2}; \quad B_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{X_L}{Z_1^2}; \quad B_C = \frac{1}{X_C},$$

$$Y = \sqrt{(G_1 + G_3)^2 + (-B_L + B_C)^2},$$

$$\varphi = \arctg \frac{-B_L + B_C}{G_1 + G_3}.$$

Здесь  $Y$  – модуль комплексной проводимости (или полной проводимости);  $\varphi$  – угол, определяющий сдвиг по фазе напряжения  $\underline{U}$  и тока  $\underline{I}$ .

В соответствии с выше записанным выражением проведем расчет полной проводимости  $Y$  и угла  $\varphi$

$$G_1 = 6 / (6^2 + 8^2) = 0,06 \text{ См}; \quad G_3 = 1 / 10 = 0,1 \text{ См};$$

$$B_L = 8 / (6^2 + 8^2) = 0,08 \text{ См}; \quad B_C = 1/5 = 0,2 \text{ См};$$

$$Y = \sqrt{(0,06 + 0,1)^2 + (-0,08 + 0,2)^2} = 0,2 \text{ См};$$

$$\varphi = \arctg \frac{-0,08 + 0,2}{0,06 + 0,1} = 36,87^\circ \approx 37^\circ.$$

Полная комплексная проводимость  $\underline{Y}$  в соответствии с формулой (5.1):

$$\underline{Y} = Y e^{j\varphi} = 0,2 e^{j37^\circ} \text{ См.}$$

Решить задачу 5.1. самостоятельно, используя данные табл. 5.1. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 5.2.** Определить показания амперметров, если  $U = 220 \text{ В}$ . Параметры элементов указаны на схеме в Ом (рис.5.2). Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

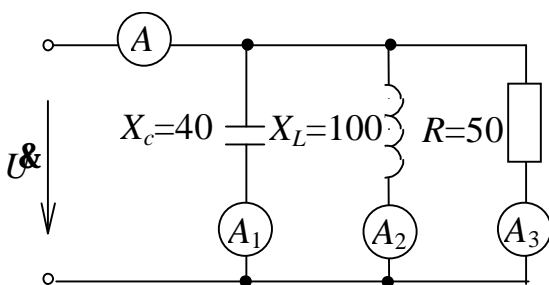


Рис. 5.2

*Решение*

Цепь содержит три параллельные ветви и, следовательно, на каждой из них действует одно и то же напряжение  $U$ .

Представим напряжение в комплексной форме  $\underline{U}$ , приняв его начальную фазу  $\psi_U$  равной нулю,  $\underline{U} = 220 e^{j0} \text{ В}$ .

Определим по закону Ома комплексные токи в ветвях  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  и  $\underline{I}_3$ :

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{U} / (-jX_C) = 220 e^{j0} / (-j4) = \\ &= 220 e^{j0} / (40 e^{-j90^\circ}) = 5,5 e^{j90^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_2 &= \underline{U} / (jX_L) = 220 e^{j0} / (j100) = 220 e^{j0} / (100 e^{j90^\circ}) = 2,2 e^{-j90^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_3 &= \underline{U} / (R) = 220 e^{j0} / (50) = 4,4 e^{j0} \text{ А}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Модули комплексных токов являются действующими значениями токов в ветвях, следовательно, показания амперметров составят:

$$PA_1 = 5,5 \text{ А}; \quad PA_2 = 2,2 \text{ А}; \quad PA_3 = 4,4 \text{ А}.$$

Построим векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 5.3).

Вектор напряжения  $\underline{U}$  располагается вдоль оси вещественных чисел (в соответствии с принятым значением начальной фазы  $\psi_U$ ). Вектор тока  $\underline{I}_1$  в первой ветви с емкостным элементом опережает напряжения на  $90^\circ$  и располагается вдоль оси мнимых чисел. Вектор

тока  $I_2$  во второй ветви с индуктивным элементом отстает по фазе от напряжения на  $90^\circ$  и располагается вдоль мнимой оси в направлении отрицательных чисел. Вектор тока  $I_3$  третьей ветви с резистивным сопротивлением совпадает по фазе с напряжением  $U$  и также как этот вектор располагается вдоль оси вещественных чисел.

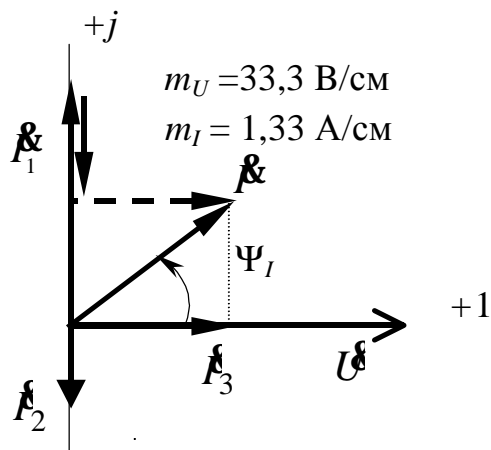


Рис. 5.3

В соответствии с первым законом Кирхгофа ток  $I$  в неразветвленной части цепи:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 .$$

Ток  $I$  можно получить сложением векторов по данному уравнению (см. рис. 5.3, ход геометрического сложения векторов показан пунктиром), а его модуль (действующее значение) и аргумент  $\Psi_I$  можно определить геометрически из векторной диаграммы:

$$I = \sqrt{(I_1 - I_2)^2 + I_3^2} = \sqrt{(5,5 - 2,2)^2 + 4,4^2} = 5,5 \text{ А},$$

$$\Psi_I = \arctg \frac{I_1 - I_2}{I_3} = \arctg \frac{5,5 - 2,2}{4,4} = 36,87^\circ \approx 37^\circ .$$

Таким образом,

$$I = I e^{j\Psi_I} = 5,5 e^{j37^\circ} \text{ А} .$$

В заключение отметим, что при определенном навыке рассчитать токи в ветвях и построить векторную диаграмму можно без выполнения расчетов комплексным методом.

В этом случае действующие значения токов  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  в ветвях (длины векторов на диаграмме) определяются по закону Ома как частное от деления напряжения  $U$  на полные сопротивления ветвей ( $Z_L$ ,  $Z_C$ ,  $R$ ).

Векторная диаграмма строится также с учетом фазовых соотношений напряжений и токов для идеальных элементов ветвей, содержащих  $L$ ,  $C$  и  $R$  элементы (см. выше описание хода построения

векторной диаграммы) относительно базового вектора – вектора напряжения на входе  $\underline{U}$ .

Решить задачу 5.2 самостоятельно, используя данные табл. 5.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 5.3.** Определить потребляемый цепью (рис.5.4) ток  $\underline{I}$  и напряжение  $\underline{U}_{ab}$ , если известны параметры элементов цепи в Ом и

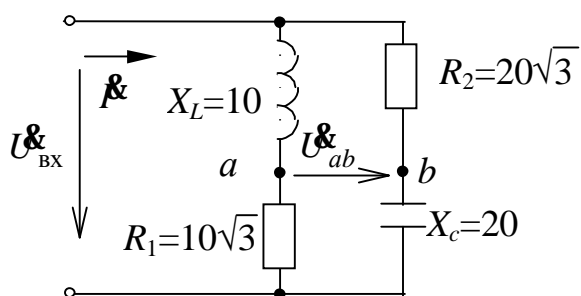


Рис. 5.4

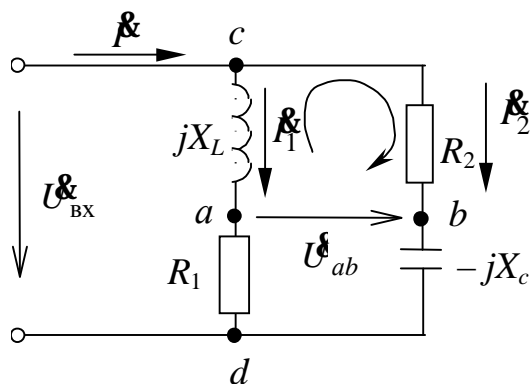


Рис. 5.5

входное напряжение  $U_{\text{вх}}=12$  В. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Данные для решения приведены в табл. 5.3

*Решение*

Цепь содержит две параллельные ветви, на каждой из которых действует одно и то же напряжение  $U_{\text{вх}}$ .

Представим в комплексной форме (рис. 5.5) сопротивления элементов цепи и входное напряжение  $\underline{U}_{\text{вх}}$  (приняв его начальную фазу  $\psi_U$  равной нулю) и определим по закону Ома комплексные токи в ветвях  $\underline{I}_1$  и

$\underline{I}_2$ :

$$\underline{U}_{\text{вх}} = 12 e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 10\sqrt{3} + j10 = 20 e^{j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 20\sqrt{3} - j20 = 40 e^{-j30^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_{\text{вх}} / \underline{Z}_1 = 12 e^{j0^\circ} / (20 e^{j30^\circ}) = 0,6 e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{\text{вх}} / \underline{Z}_2 = 12 e^{j0^\circ} / (40 e^{-j30^\circ}) = 0,3 e^{j30^\circ} \text{ А}$$

или в алгебраической форме записи:

$$\underline{I}_1 = 0,6 \cos(-30^\circ) + j0,6 \sin(-30^\circ) = 0,52 - j0,3 \text{ А},$$

$$\dot{I}_2 = 0,3 \cos(30^\circ) + j0,3 \sin(30^\circ) = 0,26 + j0,15 \text{ А.}$$

Ток в неразветвленной части цепи определим в соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0,52 - j0,3 + 0,26 + j0,15 = 0,78 - j0,15 \text{ А}$$

или в показательной форме записи комплекса

$$\dot{I} = \sqrt{0,78^2 + 0,15^2} \cdot e^{j \arctg \frac{0,15}{0,78}} = 0,8 e^{-j10,89^\circ} \text{ А.}$$

Для определения комплексного напряжения  $\dot{U}_{ab}$  составим уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме для контура  $acb$  (обход контура по часовой стрелке):

$$R_2 \dot{I}_2 - \dot{U}_{ab} - (j X_L) \dot{I}_1 = 0.$$

Откуда

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= R_2 \dot{I}_2 - (j X_L) \dot{I}_1 = \\ &= 20\sqrt{3} (0,26 + j0,15) - \\ &- (j10)(0,52 - j0,3) = \\ &= 6 + j(0) = 6 e^{j0^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

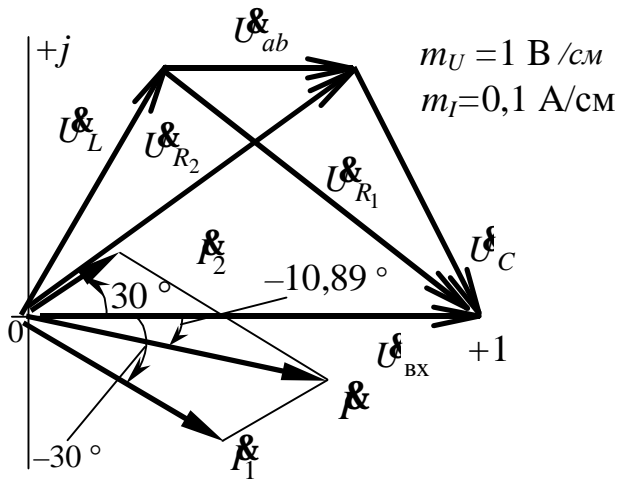


Рис. 5.6

Построим векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 5.6). Для этого найдем напряжения  $\dot{U}_L, \dot{U}_C, \dot{U}_{R_1}, \dot{U}_{R_2}$  на соответствующих элементах схемы

$$\dot{U}_L = (+j X_L) \dot{I}_1 = 0,6 e^{-j30^\circ} \times 10 e^{j90^\circ} = 6 e^{j60^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{R_1} = R_1 \dot{I}_1 = 0,6 e^{-j30^\circ} \times 10\sqrt{3} = 10,38 e^{-j30^\circ};$$

$$\dot{U}_{R_2} = R_2 \dot{I}_2 = 0,3 e^{j30^\circ} \times 20\sqrt{3} = 10,38 e^{j30^\circ};$$

$$\dot{U}_C = (-j X_C) \dot{I}_2 = 0,3 e^{j30^\circ} \times 20 e^{-j90^\circ} = 6 e^{-j60^\circ} \text{ В.}$$

Построение векторов напряжений на элементах каждой ветви проведено в соответствии с уравнениями, составленными по 2-му закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_L + \dot{U}_{R_1} = \dot{U}_{\text{вх}};$$

$$\dot{U}_{R_2} + \dot{U}_C = \dot{U}_{\text{вх}}.$$

Решить задачу 5.3 самостоятельно, используя данные табл. 5.3. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 5.4.** Однофазный асинхронный двигатель с параметрами  $R_{\text{д}}=30$  Ом,  $X_{\text{д}}=40$  Ом включен в сеть переменного тока 220 В.

Определить, используя данные табл. 5.4, какой величины нужно подключить емкость  $C$ , чтобы коэффициент мощности цепи стал равен 0,9.

*Решение*

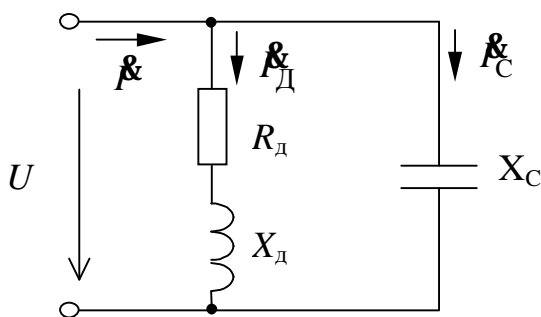


Рис. 5.7

Электрическая схема подключения емкости к обмотке двигателя для улучшения  $\cos\varphi$  изображена на рис.5.7.

Рассчитаем комплексное сопротивление обмотки двигателя

$$\underline{Z}_{\text{д}} = R_{\text{д}} + jX_{\text{д}} = 30 + j40 = 50^{j53,8'} \text{ Ом,}$$

Ток в двигателе и в проводах, питающих этот двигатель при отсутствии

компенсации

$$\underline{I}_{\text{д}} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220e^{j0}}{50e^{j53,8'}} = 4,4e^{-j53,8'}, \text{ А.}$$

Угол сдвига фаз при этом  $\varphi_{\text{д}} = \psi_u - \psi_i = 0 - (-53,8') = 53,8'$ , а  $\cos\varphi = \cos 53,8' = 0,59$ .

Проводимость обмотки двигателя

$$\underline{Y}_{\text{д}} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{д}}} = \frac{1}{50e^{j53,8'}} = 0,02e^{-j53,8'} = 0,012 - j0,016 \text{ См.}$$

Рассчитаем активную и реактивную составляющие тока двигателя:

$$I_R = U \cdot G_{\text{д}} = 220 \cdot 0,012 = 2,64 \text{ А.}$$

$$I_L = U \cdot B_{\text{д}} = 220 \cdot 0,016 = 3,52 \text{ А.}$$

Для достижения  $\cos\varphi=0,9$ , параллельно обмотке двигателя нужно подключить емкость  $C$ , проводимость которой может быть определена из формулы

$$\varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} \text{ или } B_C = B_L - G \cdot \tg\varphi \text{ См,}$$

Определим угол  $\varphi$ :  $\varphi = \arccos 0,9 = 25^\circ 50'$ ,

Вычисляем  $B_C$ :  $B_C = 0,016 - 0,012 \cdot \operatorname{tg} 25^\circ 50' = 0,0102 \text{ См.}$

Емкостная составляющая тока:

$$I_c = U \cdot B_C = 220 \cdot 0,0102 = 2,244 \text{ А.}$$

Емкостное сопротивление:

$$X_C = \frac{1}{B_C} = \frac{1}{0,0102} = 98,15 \text{ Ом.}$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 98,15} \approx 32 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 32 \text{ мкФ.}$$

По расчетным значениям токов строим векторную диаграмму (рис. 5.8.):

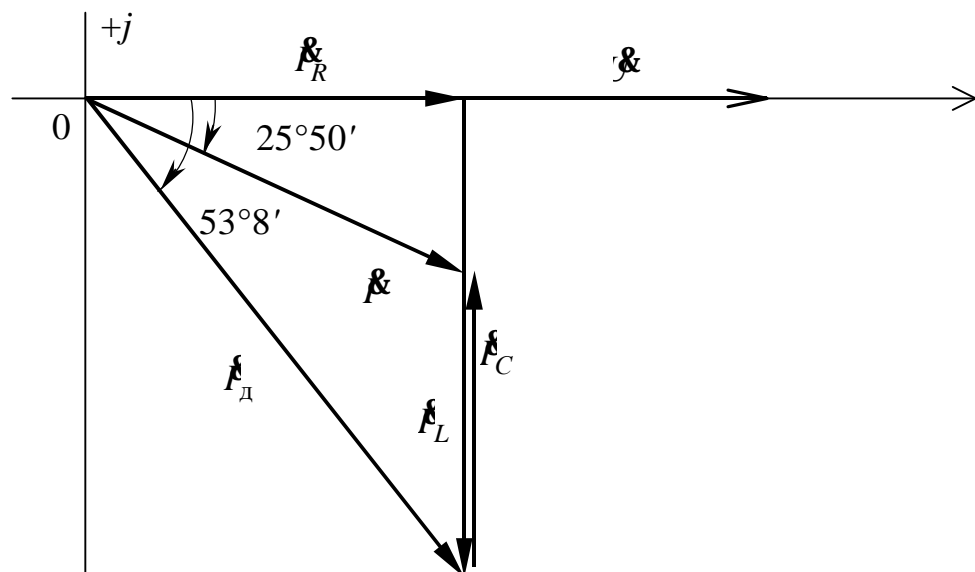


Рис. 5.8

Здесь  $I_D$  – ток двигателя до подключения емкости, а ток  $I$  – результирующий ток после подключения емкости.

Результирующий ток  $I$  после компенсации составит

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{2,64^2 + (3,52 - 2,24)^2} = 2,93 \text{ А.}$$

В результате компенсации ток в проводах, питающих двигатель ( $I$ ), уменьшился по сравнению со случаем без компенсации ( $I_D$ ) в 1,5 раза, т.е уменьшились и потери на нагрев в этих проводах

Решить задачу 5.4. самостоятельно, используя данные табл. 5.4. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 5.5.** К однофазному асинхронному двигателю, полезная мощность которого  $P = 3,7$  кВт, а КПД  $\eta = 83,5$  %, по проводам сопротивлением  $R_{\text{пр}} = 2$  Ом подается напряжение  $U = 380$  В. Двигатель работает с  $\cos \varphi = 0,707$ .

Какую емкость нужно включить параллельно двигателю, чтобы повысить  $\cos \varphi_2$  до 0,9? Как изменяются при этом потери мощности и напряжения в линии?

*Решение*

Определим величину тока в обмотке двигателя

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi \eta} = \frac{3,7 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,707 \cdot 0,835} = 16,493 \text{ Вт.}$$

Модуль комплексного сопротивления обмотки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{380}{16,493} = 23,039 \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление обмотки

$$R = \frac{P}{I^2 \eta} = \frac{3,7 \cdot 10^3}{16,493^2 \cdot 0,835} = 16,289 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление обмоток

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{23,039^2 - 16,289^2} = 16,289 \text{ Ом.}$$

Комплексное сопротивление обмотки

$$\underline{Z} = R + jX = 16,289 + j16,289 = 23,039e^{j45^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексная проводимость обмотки двигателя

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{23,039e^{j45^\circ}} = 0,0438e^{-j45^\circ} = 0,0307 - j0,0307 \text{ См.}$$

Угол  $\varphi$  в исходном состоянии схемы

$$\varphi = \arccos 0,9 = 25^\circ 50'.$$

Значение емкостной составляющей проводимости  $B_C$ , необходимой для обеспечения заданного значения коэффициента мощности 0,9 вычисляем по формуле

$$\varphi = \arctg \frac{B_L - B_C}{G} \text{ или } B_C = B_L - G \cdot \tg \varphi \text{ См,}$$

вычисляем  $B_C$

$$B_C = 0,0307 - 0,0307 \cdot \tg 25^\circ 50' = 0,0158 \text{ См.}$$



Емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{B_C} = \frac{1}{0,0158} = 63,157 \text{ Ом.}$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 63,157} \approx 50 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 50 \text{ мкФ,}$$

Значение тока в проводах и обмотке двигателя, после подключения конденсатора

$$I_2 = \frac{P}{U \cos \varphi_2 \cdot \eta} = \frac{3,7 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,9 \cdot 0,835} = 12,965 \text{ А.}$$

Потери напряжения в проводах, питающих двигатель, до подключения конденсатора

$$\Delta U_1 = I \cdot R_{\text{пр}} = 16,493 \cdot 2 \approx 33 \text{ В.}$$

Потери напряжения в проводах после подключения конденсатора

$$\Delta U_2 = I_2 \cdot R_{\text{пр}} = 12,965 \cdot 2 \approx 26 \text{ В.}$$

Потери мощности в проводах, питающих двигатель, до подключения конденсатора

$$\Delta P_1 = I^2 \cdot R_{\text{пр}} = 16,493^2 \cdot 2 \approx 544 \text{ Вт,}$$

после подключения конденсатора

$$\Delta P_2 = I_2^2 \cdot R_{\text{пр}} = 12,965^2 \cdot 2 \approx 335,7 \text{ Вт.}$$

Решить задачу 5.5. самостоятельно, используя данные табл. 5.5. Номер варианта выдается преподавателем.

### Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 5.1.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_1$ , Ом	40	8	80	16	6	12	16	16
$X_C$ , Ом	60	12	60	4	12	24	24	12
$X_L$ , Ом	30	6	120	12	8	16	12	24
$R_2$ , Ом	10	8	80	6	10	12	20	10

Таблица 5.2.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{BX}, В$	60	100	80	40	120	200	220	380
$X_C, Ом$	60	120	60	4	120	240	240	120
$X_L, Ом$	30	60	120	12	40	80	120	240
$R, Ом$	30	40	30	2	30	20	60	100

Таблица 5.3.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{BX}, В$	60	100	80	40	120	200	220	380
$X_C, Ом$	60	120	60	4	120	240	240	120
$X_L, Ом$	30	60	120	12	40	80	120	240
$R_1, Ом$	30	40	30	2	30	20	60	100
$R_2, Ом$	10	40	50	4	30	100	100	60

Таблица 5.4.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$R_D, Ом$	55	60	100	150	200	220	300	250
$X_D, Ом$	70	80	150	250	300	300	400	450
$U, В$	36	100	127	220	380	208	380	127
$\cos\varphi$	0,91	0,92	0,93	0,95	0,96	0,95	0,94	0,97

Таблица 5.5.

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$P, Ом$	0,5	1	2,5	1,2	1,5	2	3	3,5
$\eta$	0,75	0,76	0,8	0,78	0,82	0,86	0,88	0,84
$R_{np}, Ом$	4	2	3	1	1,5	2,5	3,5	1,7
$U, В$	36	100	127	220	380	208	380	127
$\cos \varphi_D$	0,7	0,72	0,75	0,71	0,73	0,74	0,76	0,77
$\cos \varphi_2$	0,91	0,92	0,93	0,95	0,96	0,95	0,94	0,97

## Лабораторно - практическое занятие №6 ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ. СХЕМА СОЕДИНЕНИЯ «ЗВЕЗДА»

### Типовые задачи

**Задача 6.1.** Трехфазный асинхронный двигатель включен в сеть 380 В по схеме «звезда». Параметры обмоток следующие:  $R_\phi = 2 \text{ Ом}$ ,  $X_\phi = 8 \text{ Ом}$ .

Изобразить схему включения двигателя в сеть, определить фазные и линейные токи, определить потребляемую активную мощность, построить векторную диаграмму токов и напряжений, рассмотреть два аварийных режима – обрыв и короткое замыкание фазы *A*.

#### Решение

Трехфазный асинхронный двигатель является симметричной активно-индуктивной нагрузкой, поэтому включается в сеть по схеме «звезда» без нейтрального провода. Его схема замещения представлена на рис. 6.1.

Номинальное напряжение сети является линейным напряжением, то есть  $U_\text{л} = U_\text{сети} = 380 \text{ В}$ , тогда фазное напряжение

$$U_\phi = \frac{U_\text{л}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Поскольку нагрузка симметричная, то расчет можно проводить для одной фазы.

Полное сопротивление фазы

$$Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = 8,25 \text{ Ом.}$$

Фазный ток

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{220}{8,25} = 26,7 \text{ А.}$$

Для схемы «звезда» линейный ток  $I_\text{л} = I_\phi = 26,7 \text{ А}$ .

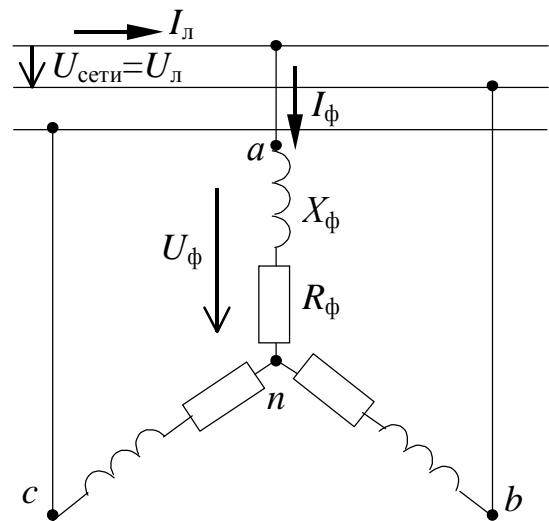


Рис. 6.1

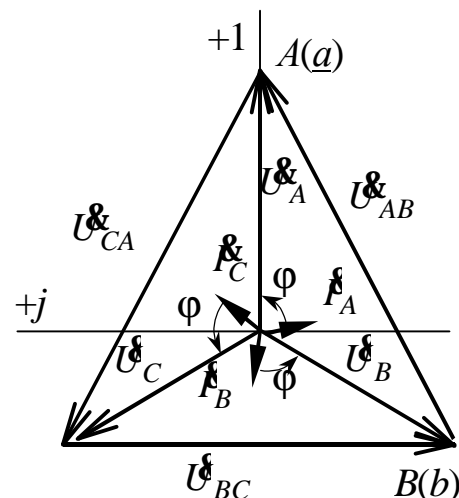


Рис. 6.2

Потребляемая активная мощность:

$$P = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi = \\ = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 26,7 \cdot \cos 76^{\circ} = 4270,9 \text{ Вт},$$

где  $\varphi$  – фазовый угол,

$$\varphi = \arctg \frac{X_{\phi}}{R_{\phi}} = \arctg \frac{8}{2} = 76^{\circ}.$$

Векторная диаграмма токов и напряжений показана на рис. 6.2.

Для построения векторной диаграммы необходимо выбрать масштабы напряжений  $m_U$  и токов  $m_I$ .

Рассмотрим *аварийный режим работы – обрыв фазы А* (рис.6.3).

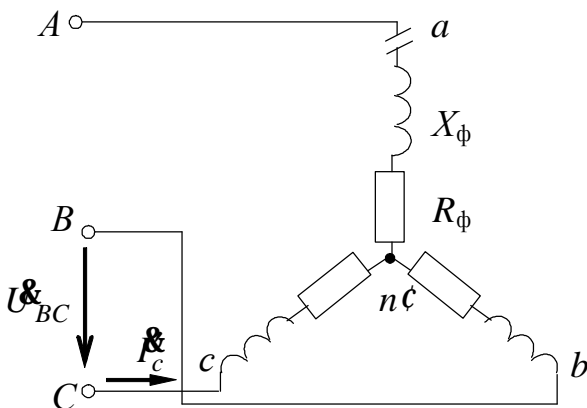


Рис. 6.3

В этом случае трехфазная цепь превращается в однофазную  $I_A = 0$ , причем фазы  $b$  и  $c$  оказываются включенными последовательно на линейное напряжение  $U_{BC}$ , т. е. на каждую из этих фаз падает напряжение  $U'_{\phi} = U_{\text{л}}/2$ .

Фазные и линейные токи

$$I'_{\phi} = I'_{\text{л}} = \frac{U_{\text{л}}}{2Z_{\phi}} = \frac{380}{2 \cdot 8,25} = 23,03 \text{ А}.$$

Потребляемая мощность

$$P = 2U'_{\phi} I'_{\phi} \cos \varphi = 2 \cdot 190 \cdot 23,03 \cdot \cos 76^{\circ} = 2117,15 \text{ В}$$

Как видно из расчета, потребляемая мощность снизилась почти в два раза.

Если обрыв фазы произошел внутри самого двигателя (обрыв обмотки), то эта обмотка оказывается под повышенным напряжением  $U'_A$ , что видно из векторной диаграммы (рис. 6.4).

Неповрежденные обмотки находятся под пониженным напряжением, что не опасно для них.

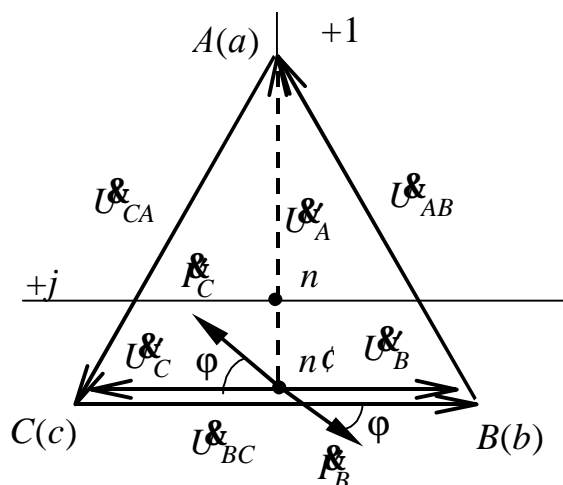


Рис. 6.4

Рассмотрим аварийный режим работы – короткое замыкание фазы «а» (рис. 6.5, а, б).

При коротком замыкании фазы нейтральная точка оказывается связана с питающей точкой  $A$ , значит, неповрежденные фазы  $b$  и  $c$  окажутся включенными на линейное напряжение  $U'_B = U_{AB}$ ,  $U'_C = U_{CA}$ , что видно из векторной диаграммы.

Токи в неповрежденных фазах

$$I'_B = I'_C = \frac{U_\phi}{Z_\phi} = \frac{380}{8,25} = 46,1 \text{ А.}$$

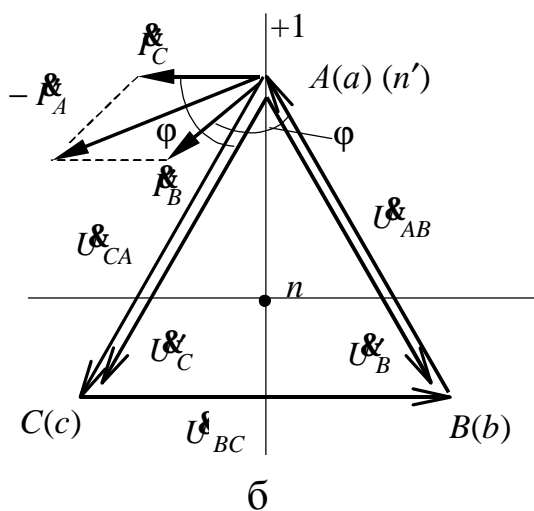
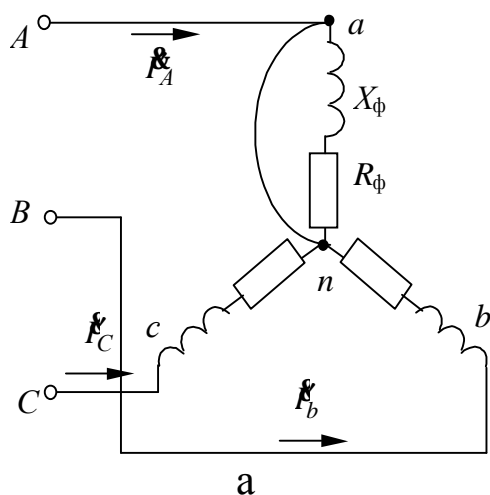


Рис. 6.5

Ток в фазе  $a$  равен геометрической сумме токов  $I'_B$  и  $I'_C$  (по векторной диаграмме составляет примерно 69 А).

Решить задачу 6.1. самостоятельно, используя данные табл. 6.1. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 6.2.** Три однофазных приемника включены в трехфазную сеть с напряжением 380 В по схеме “звезда с нейтральным проводом”. Сопротивления приемников:

$$\underline{Z}_1 = (30 + j40) \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2 = (24 + j18) \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_3 = (80 - j60) \text{ Ом}.$$

Требуется изобразить схему включения приемников; определить токи в проводах сети; построить векторную диаграмму токов и напряжений; вычислить активную, реактивную и полную (кажущуюся) мощности, исходя из данных табл. 6.2.

*Решение*

Схема включения приемников принципиальная и расчетная представлены на рис. 6.6, а, б.

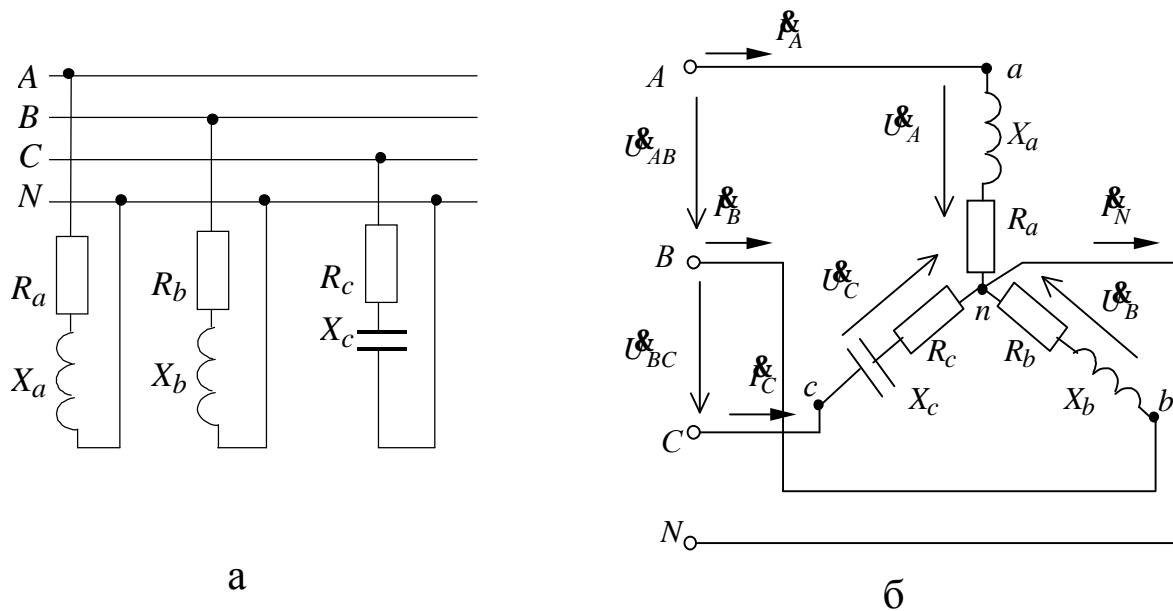


Рис. 6.6

Наличие нейтрального провода обеспечивает симметричную систему фазных напряжений на приемниках. Напряжение сети – линейное напряжение

$$U_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}.$$

Система фазных напряжений в комплексной форме

$$\begin{aligned} \underline{U}_a &= \underline{U}_A = \underline{U}_\phi e^{j0} = 220e^{j0}, \text{ В;} \\ \underline{U}_b &= \underline{U}_B = \underline{U}_\phi e^{-j120^\circ} = 220e^{-j120^\circ}, \text{ В;} \\ \underline{U}_c &= \underline{U}_C = \underline{U}_\phi e^{j120^\circ} = 220e^{j120^\circ}, \text{ В.} \end{aligned}$$

Сопротивления фаз

$$\begin{aligned} \underline{Z}_a &= R_a + jX_a = 30 + j40 = 50e^{j53^\circ}, \text{ Ом;} \\ \underline{Z}_b &= R_b + jX_b = 24 + j18 = 30e^{j37^\circ}, \text{ Ом;} \\ \underline{Z}_c &= R_c - jX_c = 80 - j60 = 100e^{-j37^\circ}, \text{ Ом} \end{aligned}$$

Для схемы “звезда“ фазные и линейные токи равны между собой и составляют

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220e^{j0}}{50e^{j53^\circ}} = 4,4e^{-j53^\circ} = (2,6 - j3,5), \text{ А;} \\ \underline{I}_B &= \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{30e^{j37^\circ}} = 7,3e^{-j157^\circ} = (-6,7 - j2,8), \text{ А;} \\ \underline{I}_C &= \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{100e^{-j37^\circ}} = 2,2e^{j157^\circ} = (-2,0 + j0,8), \text{ А.} \end{aligned}$$

Ток в нейтральном проводе

$$\begin{aligned} \underline{I}_N &= \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 2,6 - j3,5 - 6,7 - j2,8 - 2,0 + j0,8 = \\ &= (-6,1 - j5,5) = 8,2e^{-j138^\circ}, \text{ А.} \end{aligned}$$

При построении векторных диаграмм фазные и линейные напряжения и токи строятся относительно комплексных осей и откладываются с учетом начальных фаз. Ток в нейтральном проводе – это результат геометрического сложения векторов фазных токов, и его расположение и длина должны соответствовать расчетному значению  $\underline{I}_N$  (рис. 6.7).

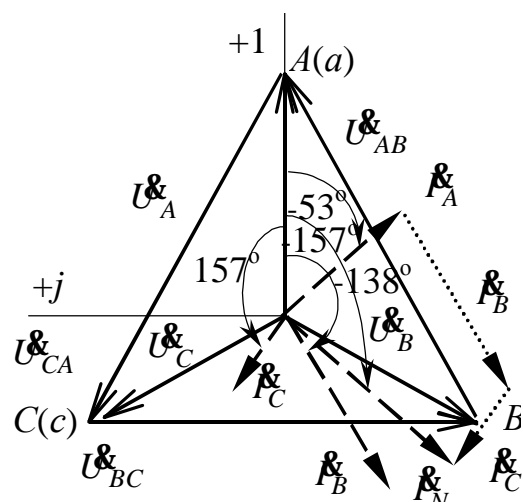


Рис. 6.7

Решить задачу 6.2. самостоятельно, используя данные табл. 6.2. Номер варианта выдается преподавателем.

### Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 6.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Напряжени е сети	220	380	660	1000	220	380	660	1000
$R$ , Ом	4	16	60	80	3	12	80	60
$jX$ , Ом	$j3$	$-j12$	$j80$	$-j60$	$-j4$	$j16$	$j60$	$-j80$

Таблица 6.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Напряжен ие сети	220	380	660	1000	220	380	660	1000
Фаза «а» $\underline{Z}_a$	$3-j4$	$8-j6$	50	$j100$	$8-j6$	$16-j12$	$60-j80$	$60+j80$
Фаза «b» $\underline{Z}_b$	$8+j6$	$12+j16$	$-j100$	$60-j80$	$j10$	$-j40$	100	$-j50$
Фаза «с» $\underline{Z}_c$	$-j10$	$j20$	$80+j60$	$18+j24$	$3+j4$	$6+j8$	$j50$	$30-j40$



Лабораторно-практическое занятие №7  
**ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ. СХЕМА СОЕДИНЕНИЯ  
 «ТРЕУГОЛЬНИК»**

**Типовые задачи**

**Задача 7.1.** К трехфазной системе напряжением 380 В подключены три одинаковых приемника ( $R_{\Phi} = 3 \text{ Ом}$ ,  $X_{L\Phi} = 4 \text{ Ом}$ ), соединенные по схеме “треугольник” (рис.7.1). Определить токи в фазных и линейных проводах и потребляемую мощность (активную, реактивную, полную). Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Рассмотреть аварийные режимы – обрывы фазного и линейных проводов.

*Решение*

Нагрузка фаз одинакова, поэтому расчет проводится для одной фазы.

Напряжение сети – это линейное напряжение, в схеме “треугольник”  $U_{\Phi} = U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ .

Комплексное сопротивление фазы:

$$\begin{aligned} Z_{\Phi} &= R_{\Phi} + jX_{L\Phi} = \\ &= 3 + j4, \text{ Ом} = 5e^{j53^{\circ}}, \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где

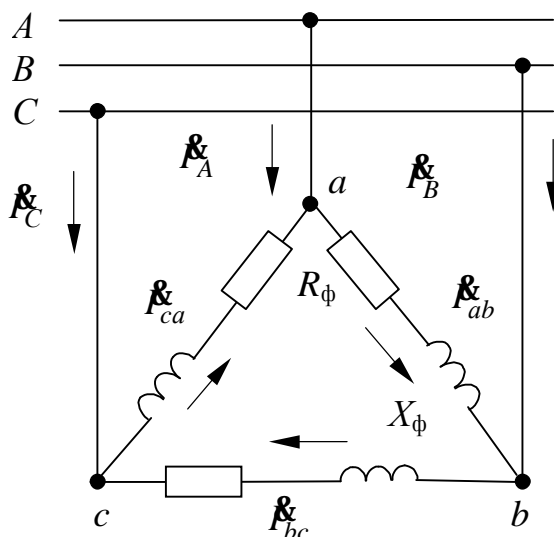
$$Z_{\Phi} = \sqrt{R_{\Phi}^2 + X_{L\Phi}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \text{ Ом},$$

$$\varphi_{\Phi} = \arctg \frac{X_{L\Phi}}{R_{\Phi}} = \arctg \frac{4}{3} = 53^{\circ}.$$

Фазные токи:

$$I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{Z_{\Phi}} = \frac{380}{5} = 76, \text{ А};$$

линейные токи (только для симметричной нагрузки):



*Рис. 7.1*

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot 76 = 131,6, \text{ А.}$$

Активная мощность, потребляемая нагрузкой:

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 131,6 \cdot \cos 53^{\circ} = 51969, \text{ Вт} \approx 52, \text{ кВт};$$

реактивная мощность:

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 131,6 \cdot \sin 53^{\circ} = 69293, \text{ вар} \approx 69, \text{ квар};$$

полная мощность:

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 131,6 = 86616, \text{ ВА} \approx 87, \text{ кВА.}$$

Векторная диаграмма может быть построена в двух вариантах в зависимости от изображения системы напряжений (рис.7.2).

Предварительно выбирают масштабы тока и напряжения.

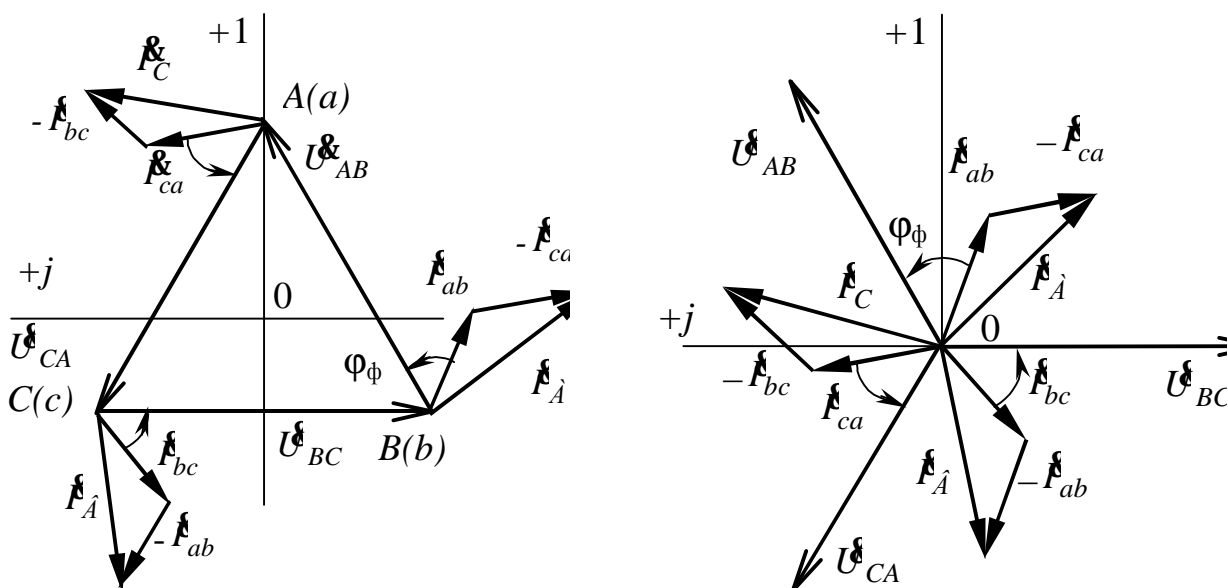


Рис. 7.2

Фазные токи отстают от соответствующих напряжений на угол  $\varphi_{\Phi} = 53^{\circ}$ . Линейные токи находятся из соотношений:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

Рассмотрим *обрыв фазы "ab"* (рис.7.3,а). Определим токи в неповрежденных фазах и в линии, построим векторную диаграмму токов и напряжений.

Токи в неповрежденных фазах не изменяются, так как не изменяются напряжения:

$$I_{ca} = I_{bc} = I_{\Phi} = 76, \text{ А.}$$

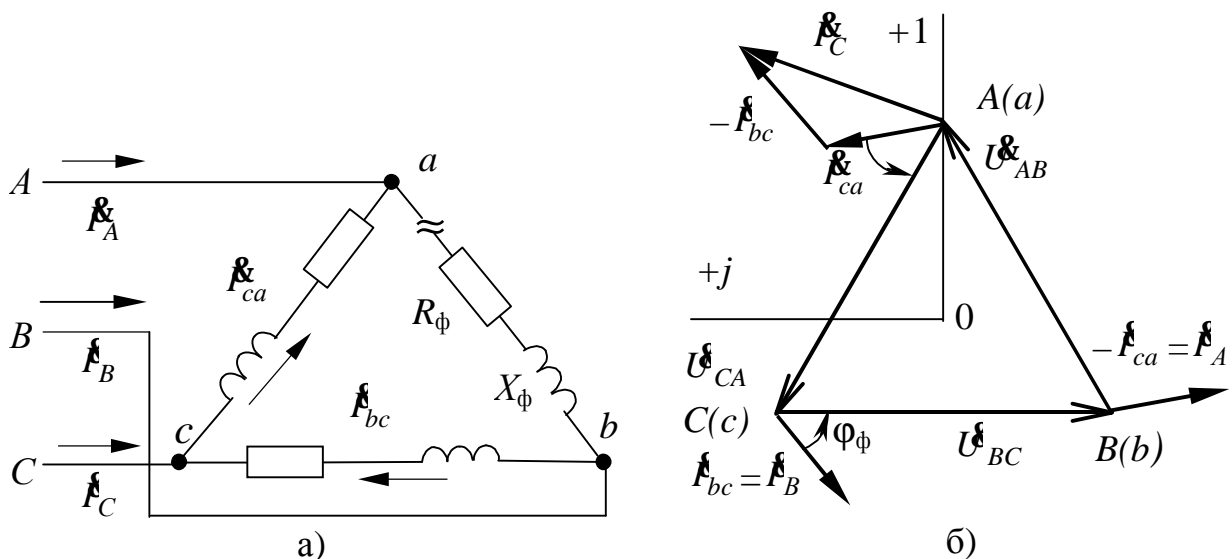


Рис. 7.3

Линейные токи по первому закону Кирхгофа (с учетом  $I_{ab} = 0$ ):

$$I_A = -I_{ca}; \quad I_B = I_{bc}; \quad I_C = I_{ca} - I_{bc}.$$

Из этих уравнений следует, что действующие значения линейных токов  $I_A$  и  $I_B$  равны действующим значениям фазных токов  $I_{ca} = I_{bc} = I_\Phi = 76, A$ , а у линейного тока действующее значение не изменяется ( $I_C = 131,6, A$ )

Векторная диаграмма токов и напряжений строится аналогично симметричному режиму и приведена на рис.7.3.,б.

Рассмотрим *обрыв линейного провода A* (рис.7.4,а). Определим фазные и линейные токи и построим векторную диаграмму токов и напряжений.

К приемнику подводится только напряжение

$$U_{BC} = U_\Delta e^{-j90^\circ} = 380 \cdot e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Сопротивление фазы "bc" включено на полное напряжение  $U_{BC}$ , а равные сопротивления фаз "ab" и "ca" включены последовательно друг с другом, причем к каждому из них подведена половина напряжения  $U_{BC}$ .

Сеть становится аналогичной однофазной с двумя параллельными ветвями:

$$U_{ab} = U_{ca} = -\frac{U_{bc}}{2} = \frac{380e^{j90^\circ}}{2} = 190 \cdot e^{j90^\circ}, \text{ В.}$$

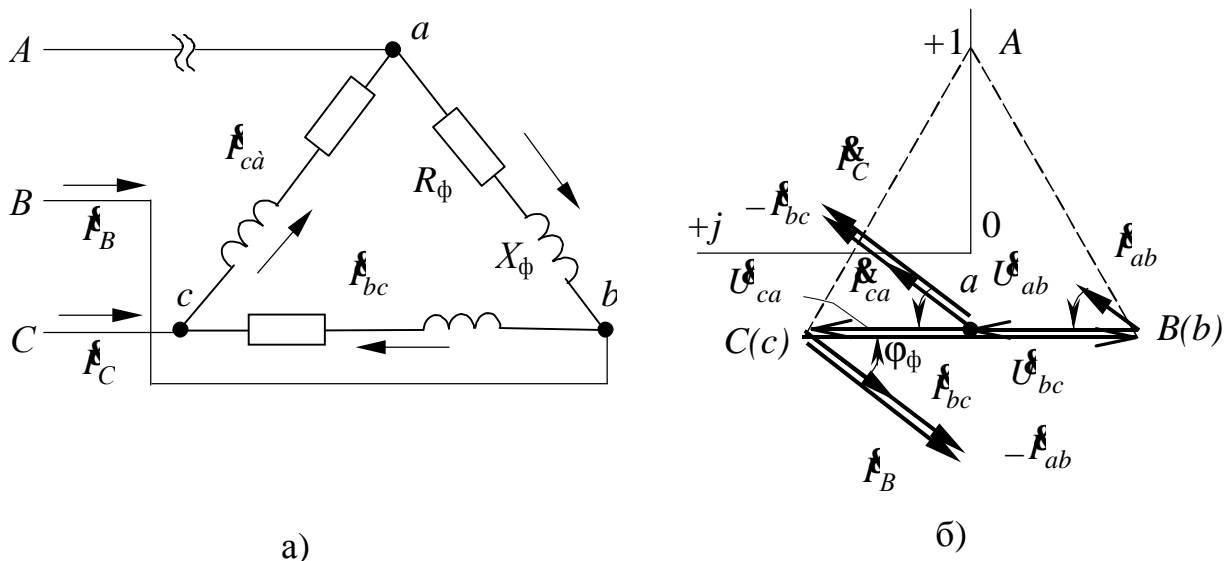


Рис.7.4

Ток фазы “bc” не изменяется:

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{380 \cdot e^{-j90^\circ}}{5e^{j53^\circ}} = 76 \cdot e^{j143^\circ}, \text{ A};$$

токи других фаз:

$$\underline{I}_{ab} = \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{\Phi}} = -\frac{\underline{U}_{BC}}{2\underline{Z}_{\Phi}} = \frac{190e^{j90^\circ}}{5e^{j53^\circ}} = 38 \cdot e^{j37^\circ}, \text{ A};$$

линейные токи ( при  $\underline{I}_A = 0$ ):

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - I_{ab} = 76e^{-j143^\circ} - 38e^{j37^\circ} = \\ &= 76 \cdot \cos(-143^\circ) + j76 \cdot \sin(-143^\circ) - (38 \cdot \cos 37^\circ + j \cdot 38 \cdot \sin 37^\circ) = \\ &= -60,7 - j45,7 - 30,3 - j22,9 = -91 - j68,6 = 114 \cdot e^{-j143^\circ}, \text{ A}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 38e^{j37^\circ} - 76e^{-j143^\circ} = 38 \cos 37^\circ + j38 \sin 37^\circ - \\ &- (76 \cos(-143^\circ) + j76 \sin(-143^\circ)) = \\ &= 30,3 + j22,9 + 60,7 + j45,7 = 91 + j68,6 = 114 \cdot e^{j37^\circ}, \text{ A} \end{aligned}$$

Векторная диаграмма токов и напряжений представлена на рис.7.4,б.

Решить задачу 7.1. самостоятельно, используя данные табл. 7.1.  
Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 7.2.** В трехфазную сеть напряжением 380 В, частотой  $f=50$  Гц включен трехфазный асинхронный двигатель по схеме “треугольник”. Потребляемая активная мощность  $P = 1,44$  кВт, коэффициент мощности  $\cos\varphi = 0,85$ . Определить потребляемый двигателем ток, токи в обмотках двигателя, активное и индуктивное сопротивление, индуктивность катушек, полную и реактивную потребляемые мощности.

*Решение*

Двигатель является симметричной нагрузкой, поэтому расчет ведем на фазу.

Сеть маркируется линейным напряжением, поэтому  $U_{\text{л}}=380$  В.

При соединении по схеме “треугольник”  $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}} = 380$  В.

Активная мощность, потребляемая нагрузкой,

$$P_1 = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \cos \varphi,$$

отсюда фазный ток, протекающий в обмотках двигателя:

$$I_{\text{ф}} = \frac{P_1}{3U_{\text{ф}} \cos \varphi} = \frac{1440}{3 \cdot 380 \cdot 0,85} = 1,5, \text{ А.}$$

Потребляемые двигателем токи – линейные токи:

$$I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}} \cdot 1,5 = 2,6, \text{ А.}$$

Полное сопротивление фазы обмотки двигателя:

$$Z_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{ф}}}{I_{\text{ф}}} = \frac{380}{1,5} = 253,3, \text{ Ом,}$$

активное сопротивление

$$R_{\text{ф}} = Z_{\text{ф}} \cos \varphi = 253,3 \cdot 0,85 = 215,3, \text{ Ом,}$$

индуктивное сопротивление

$$X_{\text{ф}} = \sqrt{Z_{\text{ф}}^2 - R_{\text{ф}}^2} = \sqrt{253,3^2 - 215,3^2} = 133,4, \text{ Ом.}$$

Индуктивность обмотки определяется из выражения

$$X_L = \omega L = 2\pi f L,$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{133,4}{2\pi \cdot 50} = 0,42, \text{ Гн.}$$

Полная потребляемая мощность:

$$S = 3U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} = 3 \cdot 380 \cdot 1,5 = 1710, \text{ ВА} = 1,71, \text{ кВА;}$$

реактивная мощность:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{1710^2 - 1440^2} = 922,2, \text{ вар} = 0,92, \text{ квар.}$$

Решить задачу 7.2. самостоятельно, используя данные табл. 7.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 7.3.** К трехпроводной трехфазной линии с напряжением 380 В подключены три однофазных приемника с параметрами:  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6 \text{ Ом}$ ,  $X_{L2} = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $X_{C3} = 3 \text{ Ом}$ . Определить токи в фазах и линейных проводах, активную, реактивную и полную мощности и построить векторную диаграмму токов и напряжений.

*Решение*

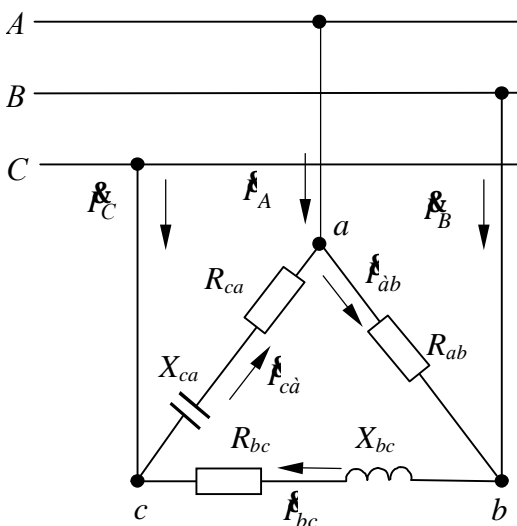


Рис. 7.5

Однофазные приемники к трехпроводной сети подключаются по схеме “треугольник” (рис.7.5).

Нагрузка несимметричная, ток каждой фазы нужно считать отдельно. Исходная система напряжений:

$$\underline{U}_{AB} = 380e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{BC} = 380e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{CA} = 380e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

Комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_{ab} = R_{ab} = R_1 = 5 \text{ Ом} = 5e^{j0^\circ}, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{bc} = R_{bc} + jX_{bc} = R_2 + jX_{L2} = 6 + j8, \text{ Ом} = 10e^{j53^\circ}, \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{ca} = R_{ca} + jX_{ca} = R_3 - jX_{C3} = 4 - j3, \text{ Ом} = 5e^{-j37^\circ}, \text{ Ом};$$

Фазные токи:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ab} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{380e^{j30^\circ}}{5e^{j0^\circ}} = 76e^{j30^\circ} = 76 \cdot \cos 30^\circ + j76 \cdot \sin 30^\circ = \\ &= 65,8 + j38, \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{bc} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{380e^{-j90^\circ}}{10e^{j53^\circ}} = 38e^{-j143^\circ} = 38 \cdot \cos(-143^\circ) + j38 \cdot \sin(-143^\circ) = \\ &= -30,3 - j22,9, \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ca} &= \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{380e^{j150^\circ}}{5e^{-j37^\circ}} = 76e^{j187^\circ} = 76 \cdot \cos(187^\circ) + j76 \cdot \sin(187^\circ) = \\ &= -75,4 - j9,3, \text{ A}. \end{aligned}$$

Линейные токи:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 65,8 + j38,0 - (-75,4 - j9,3) = 141,2 + j47,3 = \\ &= 148,9e^{j18,5^\circ}, \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_B &= \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -30,3 - j22,9 - (65,8 + j38,0) = -96,1 - j60,9 = \\ &= 113,8e^{-j147,6^\circ}, \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = -75,4 - j9,3 - (-30,3 - j22,9) = -45,1 + j13,6 = \\ &= 47,1e^{j163,2^\circ}, \text{ A}. \end{aligned}$$

Сумма линейных токов должна равняться нулю, и действительно,

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 141,2 + j47,3 - 96,1 - j60,9 - 45,1 + j13,6 = 0.$$

Активная мощность:

$$\begin{aligned} P &= R_{ab} I_{ab}^2 + R_{bc} I_{bc}^2 + R_{ca} I_{ca}^2 = \\ &= 5 \cdot 76^2 + 6 \cdot 38^2 + 4 \cdot 76^2 = 60648 \text{ Вт} = 60,6 \text{ кВт} \end{aligned}$$

Реактивная мощность:

$$\begin{aligned} Q &= X_{ab} I_{ab}^2 + X_{bc} I_{bc}^2 - X_{ca} I_{ca}^2 = \\ &= 0 + 8 \cdot 38^2 - 3 \cdot 76^2 = -5776, \text{ вар.} \approx 5,8 \text{ квар} \end{aligned}$$

здесь знак “минус” показывает, что преобладает емкостная нагрузка.

Полная мощность:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{60648^2 + 5776^2} = 60875, \text{ВА} = 60,9, \text{кВА}.$$

Векторные диаграммы токов и напряжений в двух вариантах (для разного представления исходной системы напряжений) приведены на рис.7.6.

Предварительно выбирают масштабы тока и напряжения. Векторы фазных токов  $\vec{I}_{ab}$ ,  $\vec{I}_{bc}$ ,  $\vec{I}_{ca}$  откладывают относительно векторов соответствующих напряжений под углами  $\varphi_{ab} = 0$ ,  $\varphi_{bc} = 53^\circ$ ,  $\varphi_{ca} = -37^\circ$  или в соответствии с полученными их начальными фазами  $\psi_{ab} = 30^\circ$ ;  $\psi_{bc} = -143^\circ$ ;  $\psi_{ca} = 187^\circ$ . Затем по первому закону Кирхгофа строят векторы линейных токов  $\vec{I}_A$ ,  $\vec{I}_B$ ,  $\vec{I}_C$ , длина и направление которых должны соответствовать расчетным данным.

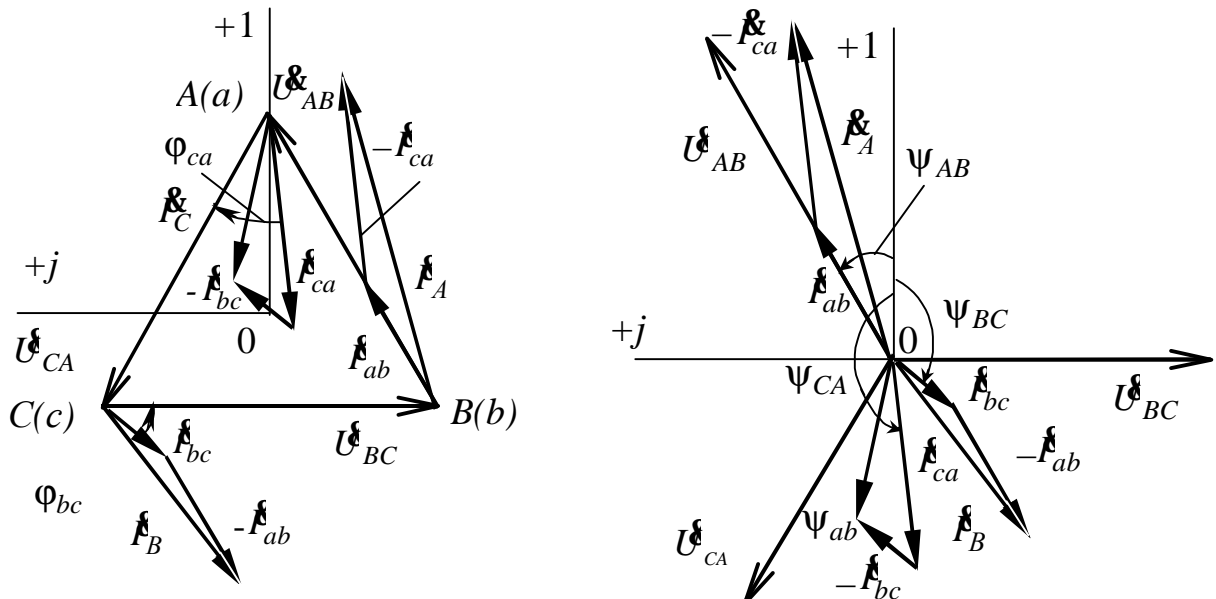


Рис.7.6

Решить задачу 7.3. самостоятельно, используя данные табл. 7.. Номер варианта выдается преподавателем.



## Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 7.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Напряжение сети, В	220	660	1000	380	220	660	1000	380
$R$ , Ом	8	12	60	16	6	30	80	40
$jX$ , Ом	$j6$	$-j16$	$j80$	$-j12$	$-j8$	$j40$	$-j60$	$-j30$

Таблица 7.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Напряжение сети, В	220	380	660	220	380	660	220	380
$P$ , Ом	0,18	2,2	11,0	1,1	15,0	22,0	3,0	2,2
$\cos\varphi$	0,64	0,87	0,90	0,81	0,88	0,91	0,76	0,71

Таблица 7.3

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Напряжение сети, В	1000	660	380	220	1000	660	380	220
Фаза $Z_{\langle ab \rangle}$	$60-j80$	100	$-j20$	$8-j6$	$-j100$	$60+j80$	$12-j16$	$j20$
Фаза $Z_{\langle bc \rangle}$	$j100$	$j60$	$16+j12$	$-j22$	$60+j80$	$j200$	40	$j10$
Фаза $Z_{\langle ca \rangle}$	50	$80+j60$	$j50$	$6+j8$	$80+j60$	100	$-j20$	$6-j8$

## ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8 МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ (МДС)

### Типовые задачи

**Задача 8.1.** Распределить полные и удельные потери в стали магнитной цепи для динамической петли гистерезиса, полученной на частоте 400 Гц. Объем стали магнитопровода  $V_{ст}=5 \times 10^2 \text{ см}^3$ . Площадь  $30 \text{ см}^2$ , масштабы по осям соответственно равны  $m_H=40(\text{А/м})/\text{см}$ ,  $m_B=0,2 \text{ Тл/см}$ .

*Решение*

**Потери энергии за один цикл за один цикл перемагничивания сердечника можно найти как:**

$$A = V_{ст} \Phi H_C dB = V_{ст} m_H m_B S,$$

где  $V_{ст}$  – объем сердечника;  $S$  – площадь петли гистерезиса;  $m_H$ ,  $m_B$  – масштабы по осям координат, в которых построены петли.

$$A = 5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 40 \cdot 10^2 \cdot 0,2 \cdot 10^2 \cdot 30 \cdot 10^{-4} = 0,12 \text{ Дж.}$$

Мощность потерь в стали при перемагничивании с частотой  $f = 400 \text{ Гц}$  определяется

$$P_{ст} = A \cdot f = 0,12 \cdot 400 = 48 \text{ Вт}$$

Удельные потери и удельная намагничивающая мощность находятся как:

$$P_{уд} = \frac{P_{ст}}{G} = \frac{P_{ст}}{V_{ст} \cdot \gamma} = \frac{48}{5 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 7800} = 12,308 \text{ Вт/кг,}$$

где  $\gamma=7800 \text{ кг/м}^3$  - плотность стали.

Решить задачу 8.1. самостоятельно, используя данные табл. 8.1. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 8.2.** Показания приборов:  $P=50 \text{ Вт}$ ,  $U=127 \text{ В}$ ,  $I=0,5 \text{ А}$ . Определить параметры параллельной (рис. 8.1) и последовательной (рис. 8.2) схем замещения, если полем рассеяния и собственным сопротивлением проводов катушки можно пренебречь. Построить векторную диаграмму катушки.

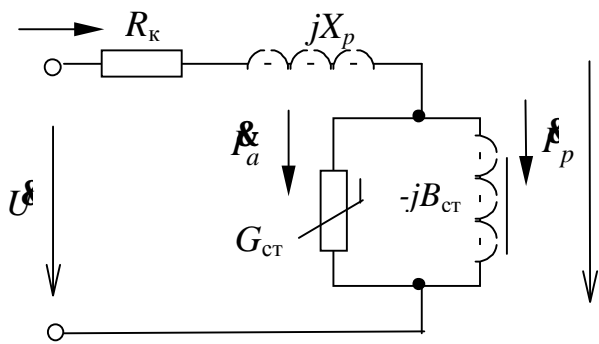


Рис. 8.1

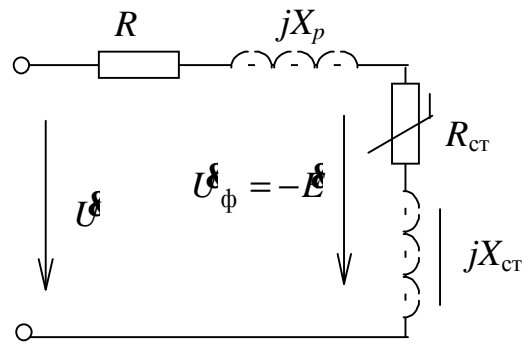


Рис. 8.2

### Решение

Приведем схемы замещения катушки.

В обеих схемах есть элементы  $R_k$  и  $X_p$ , которыми по условиям задачи можно пренебречь, т.е. принять равными нулю.

Для последовательной цепи реальные потери в сердечнике замещены эквивалентными потерями в активном сопротивлении  $R_{ct}$

$$R_{ct} = \frac{P_{ct}}{I^2} = \frac{50}{0,5^2} = 200 \text{ Ом},$$

Модуль комплексного сопротивления катушки определится

$$Z_{ct} = \frac{U}{I} = \frac{127}{0,5} = 254 \text{ Ом},$$

Определяем реактивное сопротивление катушки  $X_0$

$$X_{ct} = \sqrt{Z_{ct}^2 - R_{ct}^2} = \sqrt{254^2 - 200^2} = 156,58 \text{ Ом}.$$

Активной составляющей напряжения соответствует падение напряжения на активном сопротивлении  $R_{ct}$

$$U_a = R_{ct} \cdot I = 200 \cdot 0,5 = 100 \text{ В}.$$

Реактивная составляющая напряжения на катушке равна падению напряжения на сопротивлении  $X_{ct}$

$$U_p = X_{ct} \cdot I = 156,58 \cdot 0,5 = 78,29 \text{ В}.$$

Угол между током и напряжением в катушке

$$\phi = \arctg\left(\frac{X_{ct}}{R_{ct}}\right) = \arctg\left(\frac{156,58}{200}\right) = 38^\circ$$

В этом случае векторная диаграмма будет выглядеть следующим образом (рис. 8.3):

Здесь  $\delta$  - угол потерь – угол между вектором магнитного потока и вектором тока

$$\delta = 90^\circ - \varphi = 90 - 38 = 52^\circ.$$

Параметры параллельной схемы замещения можно пересчитать исходя из определенных параметров для последовательной схемы:

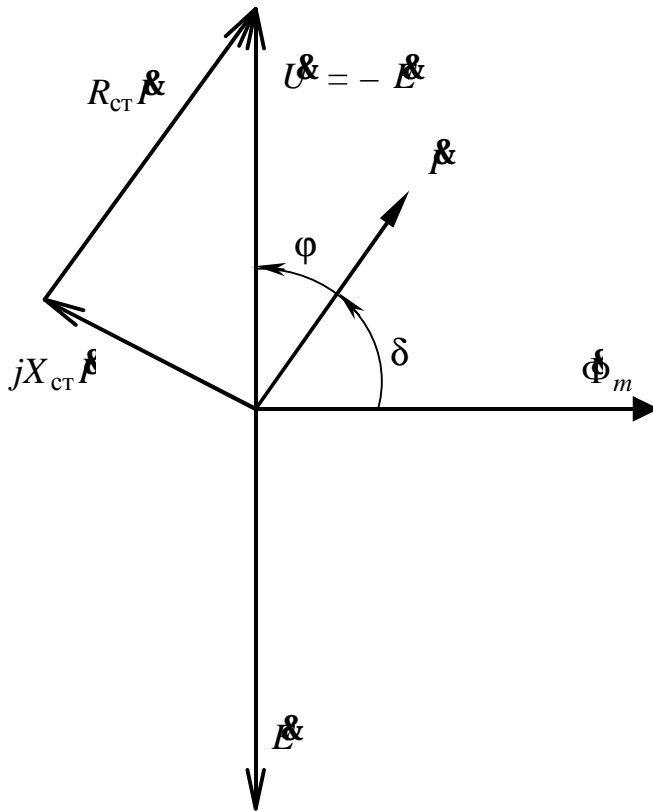


Рис. 8.3

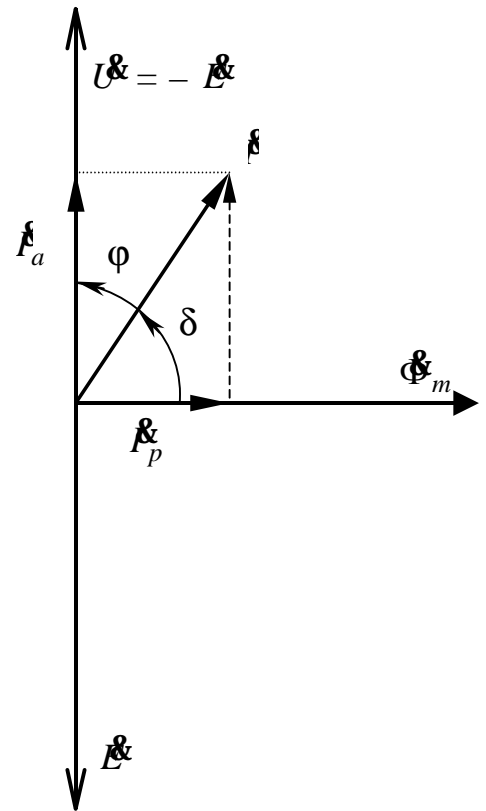


Рис. 8.4

$$G_{ст} = \frac{R_{ст}}{R_{ст}^2 + X_{ст}^2} = \frac{R_{ст}}{Z_{ст}^2} = \frac{200}{254^2} = 0,0031 \text{ См.}$$

$$B_{ст} = \frac{X_{ст}}{R_{ст}^2 + X_{ст}^2} = \frac{X_{ст}}{Z_{ст}^2} = \frac{156,58}{254^2} = 0,00243 \text{ См.}$$

Активная составляющая тока  $I_a$

$$I_a = G_{ст} \cdot U = 0,0031 \cdot 127 = 0,394 \text{ А.}$$

Реактивная составляющая тока  $I_p$

$$I_p = B_{ст} \cdot U = 0,00243 \cdot 127 = 0,308 \text{ А.}$$

Угол потерь

$$\delta = \arctg(I_a/I_p) = \arctg(0,394 / 0,308) = 52^\circ.$$

Для параллельной схемы замещения векторная диаграмма представлена на рис. 8.4.

Решить задачу 8.2. самостоятельно, используя данные табл. 8.2. Номер варианта выдается преподавателем.

**Задача 8.3.** Катушка дросселя подключается к синусоидальному напряжению через амперметр, вольтметр и ваттметр, при этом показания приборов: амперметр  $I_1 = 8\text{ А}$ , вольтметр  $U_1 = 120\text{ В}$ , ваттметр  $P_1 = 120\text{ Вт}$ .

После удаления ферромагнитного сердечника показания изменились: амперметр  $I_2 = 14\text{ А}$ , вольтметр  $U_2 = 120\text{ В}$ , ваттметр  $P_2 = 100\text{ Вт}$ .

Изобразить схему подключения катушки, определить параметры схемы замещения катушки дросселя и изобразить векторную диаграмму дросселя для частоты  $f = 50\text{ Гц}$ . Количество витков катушки  $N = 100$  витков.

### Решение

Для расчетов используем последовательную схему замещения катушки (рис.8.5):

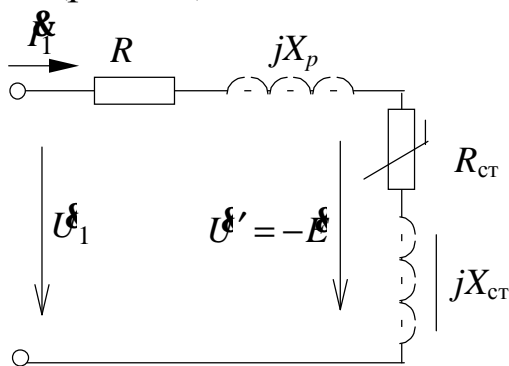


Рис. 8.5

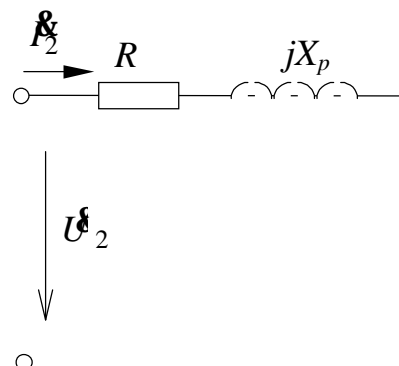


Рис. 8.6

При отсутствии сердечника схема замещения катушки упрощается и содержит только два элемента (рис.8.6), можно допустить, что индуктивность рассеивания при удалении сердечника не изменяется. Активное сопротивление проводов катушки дросселя равно:

$$R_k = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{100}{14^2} = 0,51, \quad \text{Ом.}$$

Полное сопротивление катушки определится:

$$Z_k = \frac{U_2}{I_2} = \frac{120}{14} = 8,57, \quad \text{Ом.}$$

Индуктивное сопротивление рассеивания:

$$X_p = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{8,57^2 - 0,51^2} = 8,56, \text{ Ом.}$$

При наличии ферромагнитного сердечника при замерах определяются суммарные сопротивления, поэтому:

$$R = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{120}{8^2} = 1,875, \text{ Ом.}$$

$$R_{ст} = R - R_k = 1,875 - 0,51 = 1,365, \text{ Ом.}$$

$$Z = \frac{U_1}{I_1} = \frac{120}{8} = 15, \text{ Ом.}$$

$$X_{ст} = \sqrt{Z^2 - R^2} - X_p = \sqrt{15^2 - 1,875^2} - 8,56 = 6,236, \text{ Ом.}$$

Мощность потерь в меди  $P_э = R_k I_1^2 = 0,51 \cdot 8^2 = 32,64 \text{ Вт.}$

Мощность потерь в стали  $P_{ст} = P_1 - P_э = 120 - 32,64 = 87,36 \text{ Вт.}$

Составляющая тока, обусловленная потерями мощности в стали (активная составляющая)

$$I_a = \frac{P_{ст}}{U_1} = \frac{87,36}{120} = 0,728, \text{ А.}$$

Намагничивающая составляющая тока (реактивная составляющая):

$$I_p = \sqrt{I_1^2 - I_a^2} = \sqrt{8^2 - 0,728^2} = 7,967, \text{ А.}$$

Падение напряжения на сопротивлении проводов катушки:

$$U_{R_k} = R_k \cdot I_1 = 0,51 \cdot 8 = 4,08, \text{ В.}$$

Падение напряжения на сопротивлении рассеивания катушки:

$$U_p = X_p \cdot I_1 = 8,56 \cdot 8 = 68,48, \text{ В.}$$

Амплитуда магнитного потока

$$\Phi_m = \frac{U_1}{4,44 \cdot N \cdot f} = \frac{120}{4,44 \cdot 100 \cdot 50} = 5,4 \cdot 10^{-3}, \text{ Вб.}$$

По схеме замещения

$$U' = E = Z_{ст} \cdot I_1 = \sqrt{R_{ст}^2 + X_{ст}^2} \cdot I_1 = \sqrt{1,365^2 + 6,232^2} \cdot 8 = 51,069, \text{ В.}$$

Порядок построения векторной диаграммы (рис. 8.7):

По оси действительных чисел откладываем вектор магнитного потока  $\Phi_m$ .

Перпендикулярно, с отставанием на угол  $\pi/2$  откладываем вектор ЭДС  $E$  (по отрицательной полуоси мнимых чисел).

Строим вектор тока как сумму активной  $I_a$  и реактивной  $I_p$  составляющих.

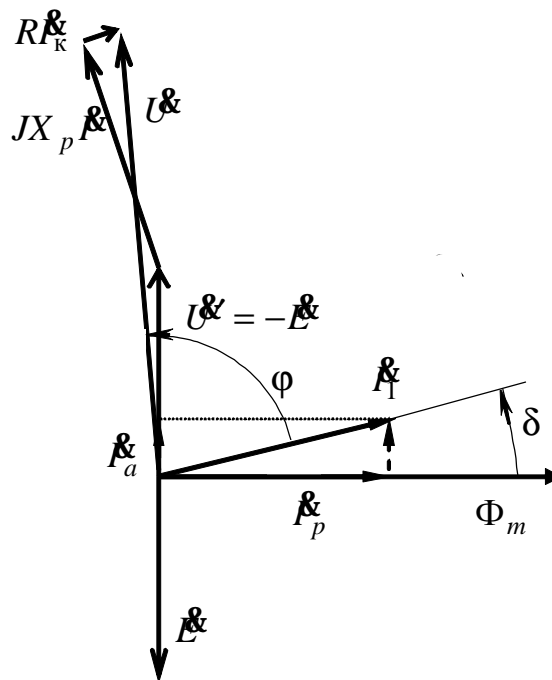


Рис. 8.7

Так как входное напряжение можно представить в виде суммы

$$U_1 = -\mathcal{E}' + R_k \cdot I_1 + jX_p \cdot I_1,$$

строим вектор  $(-\mathcal{E}')$ , откладывая его вдоль положительной полуоси мнимых чисел. К концу вектора  $(-\mathcal{E}')$  пристраиваем вектор  $U_p = jX_p \cdot I_1$ , перпендикулярно вектору тока  $I_1$  и далее пристраиваем вектор падения напряжения на проводах катушки  $U_{R_k} = R \cdot I_1$ .

Из начала вектора ЭДС в конец вектора  $U_{R_k}$  проводим вектор питающего напряжения  $U_1$ .

Решить задачу 8.3. самостоятельно, в соответствии с данными табл. 8.3. Номер варианта выдается преподавателем.

## Варианты заданий к самостоятельной работе

Таблица 8.1

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$f$ , Гц	50	100	150	200	250	300	350	400
$V$ , см <sup>3</sup>	$2 \cdot 10^2$	$3 \cdot 10^2$	$4 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2$	$6 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^2$	$3 \cdot 10^2$
$S$ , см <sup>2</sup>	5	10	15	20	25	30	35	40
$m_H$ , (А/м)/см	10	15	20	25	30	35	40	45
$m_B$ , Тл/см	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,1	0,15	0,25

Таблица 8.2

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$P$ , Вт	5	10	15	10	30	40	50	25
$U$ , В	127	220	380	36	127	220	380	36
$I$ , А	0,1	0,15	0,1	1	0,7	0,8	0,6	2

Таблица 8.3

Параметры	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$I_1$ , А	0,1	3	0,2	0,15	0,25	0,3	0,2	0,26
$U_1$ , В	36	80	100	127	220	380	208	300
$P_1$ , Вт	1	8	10	8	20	15	12	25
$I_2$ , А	2	60	2,7	2	3,3	3,8	2,6	3,4
$U_2$ , В	36	80	100	127	220	380	208	300
$P_2$ , Вт	4,3	64	92	70	170	118	100	208
$f$ , Гц	50	100	200	250	300	400	50	300
N	100	200	300	400	500	600	1000	500



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беневоленский С.Б., Марченко А.Л. Основы электротехники. Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2006. – 568 с.
2. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. – М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 4000 с.
3. Иванов И.И., Лукин А.Ф., Соловьев Г.И. Электротехника. Основные положения, примеры, задачи. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2004. – 192 с.
4. Касаткин А. С. Электротехника: учеб. пособие для студ неэнерг. спец.вузов/ А. С. Касаткин, М. В. Немцов.-8-е изд., испр.- М.:Академия,2003.-544 с.
5. Иванов И. И. Электротехника: учебник для вузов/И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.С. Равдоник. -Изд. 2-е, перераб. и доп.- СПб.: Лань, 2003.-496 с.:(Учебники для вузов. Специальная литература).
6. Прянишников В.А. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах. – СПб.: Корона Принт, 2001. – 336с.
7. Рекус Г.Г., Белоусов А.И. Сборник задач по электротехнике и ос-новам электроники. – М.: Высшая школа, 2001. – 416 с.
8. Электротехника и электроника. Электрические цепи: Учебное пособие для студентов неэлектротехнических специальностей./Р.В. Ахмадеев, И.В. Вавилова, Т.М. Крымская: Уфа: УГАТУ, 1999. – 91с.
9. Алиев И.И. Справочник по электротехнике и электрооборудованию: – М: Высш.шк., 2002. – 255 с.

АХМАДЕЕВ Рашит Вадутович  
БАВИЛОВА Ирина Владимировна  
ГРАХОВ Павел Анатольевич  
КРЫМСКАЯ Татьяна Махмутовна

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Практикум  
по дисциплине «Электротехника и электроника»

Учебное издание

Подписано в печати 28.03.2007 . Формат 60x84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Times New Roman Cyr  
Усл.печ.л.4,9. Усл.кр.-отт.4,9 Уч.-изд.л.4,8.  
Тираж 100 экз. Заказ №.....  
ГОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический  
университет  
Центр оперативной полиграфии УГАТУ  
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса,12